

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Факультет информационных технологий и программирования
Кафедра «Компьютерные технологии»

Г. С. Кузнецов

Отчет по лабораторной работе
«Построение управляющих автоматов с помощью
алгоритмов имитации отжига»

Вариант №16

Санкт-Петербург
2011

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	3
1.1 Задача «об умном муравье»	3
1.2 Автомат Мура	4
2. Алгоритм имитации отжига	5
3. Реализация	5
4. Результаты работы	5
Заключение	11
Источники	11
Приложение	12

Введение

В данной работе исследуется эффективность применения метода имитации отжига [1] при различных скоростях затухания температуры для построения конечного автомата Мура, решающего задачу «об умном муравье».

При выполнении работы использовался программный комплекс для изучения методов глобальной оптимизации GLOpt [2], разработанный студентами кафедры «Компьютерные технологии» НИУ ИТМО.

1. Постановка задачи

Задача лабораторной работы — исследовать эффективность алгоритма имитации отжига, строящего автомат Мура для задачи «об умном муравье», при разных скоростях охлаждения температуры.

1.1 Задача «об умном муравье»

В задаче «об умном муравье» рассматривается игровое поле размером 32 на 32 клетки, расположенное на поверхности тора (рис. 1).

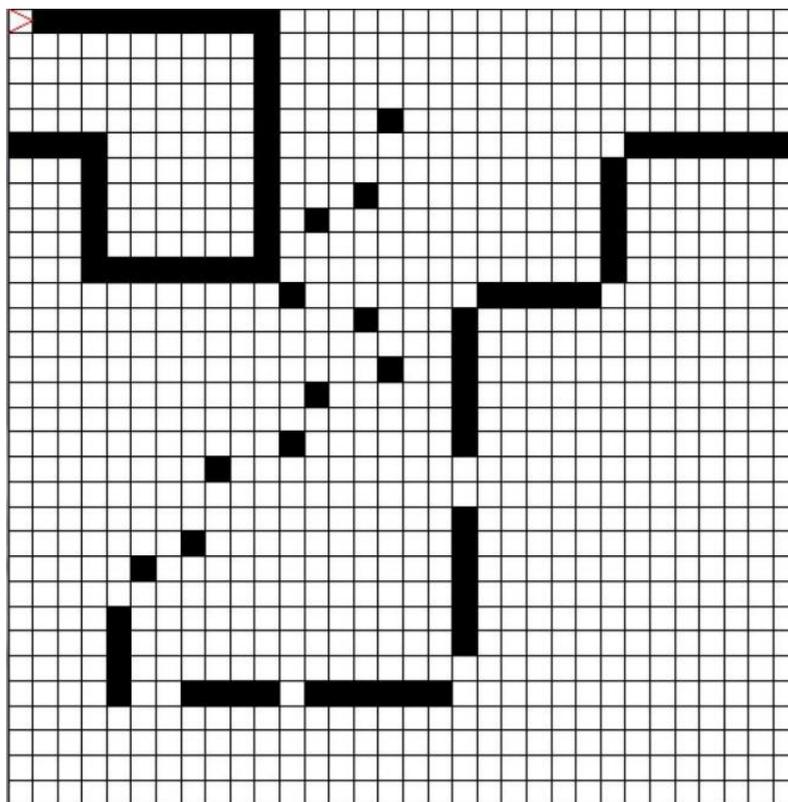


Рис. 1. — Игровое поле

Некоторые клетки пусты, а на некоторых клетках находится по одному яблоку — всего на игровом поле 89 яблок. Муравей начинает движение из левой верхней клетки и смотрит направо. За ход муравей может выполнить следующие действия:

- повернуть налево;
- повернуть направо;
- ничего не сделать;
- сделать шаг вперед, и если на этой клетке есть яблоко, то съесть его.

Максимальное число ходов, которое может сделать муравей — 200. Требуется построить автомат, моделирующий поведение муравья, съедающего за минимальное число ходов как можно больше яблок.

1.2 Автомат Мура

В данной лабораторной работе строится автомат Мура — совокупность пяти объектов: $A = \{S, X, Y, \delta, \mu\}$, где:

- S — множество состояний;
- X — множество входных воздействий;
- Y — множество выходных воздействий;
- δ — отображение $S \times X \rightarrow S$ — функция переходов;
- μ — отображение $S \rightarrow Y$ — функция меток.

Множество S состоит из некоторого количества состояний, при попадании в каждое из которых выполняется одно из четырех действий муравья. Переход в следующее состояние происходит в зависимости от входного воздействия (впереди есть яблоко или впереди нет яблока).

Разделяют автоматы Мура первого и второго рода. Автоматы Мура первого рода формируют выходные воздействия на основе текущего состояния. Автоматы Мура второго рода предварительно обновляют свое состояние, а затем на его основе формируют выходное воздействие. В данной задаче используется автомат Мура второго рода.

Пример автомата Мура представлен на рис. 2, где **F** и **T** — входные воздействия, а **L**, **R** и **M** — выходные воздействия.

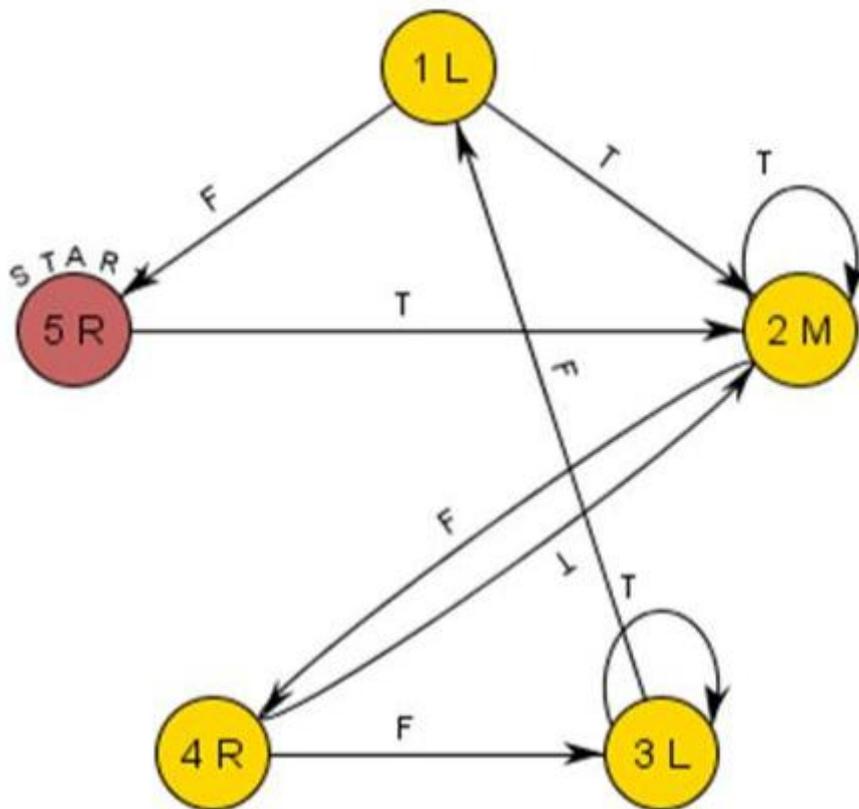


Рис. 2 — Пример автомата Мура

2. Алгоритм имитации отжига

Метод имитации отжига служит для поиска глобального минимума некоторой функции $f(x)$ на пространстве S . Элементы множества S представляют собой состояния физической системы, а значение функции $f(x)$ в этих точках используется как энергия системы $E = f(x)$.

Схема алгоритма имитации отжига:

1. Случайным образом выбирается точка $x = x_0 \in S$, текущим значением E устанавливается $f(x_0)$.
2. k -я итерация алгоритма состоит из следующих операций:
 - генерирование новой точки x^* путем небольшого изменения точки x ;
 - вычисление значения функции в новой точке $E^* = f(x^*)$;
 - генерирование случайного числа из промежутка $[0; 1]$;
 - при условии $\text{rand}() < \exp\left(\frac{E - E^*}{T(k)}\right)$ (где $T(k) > 0$ — некоторая убывающая к нулю последовательность, которую обычно называют температурой системы) или $E < E^*$ обновление значений $x = x^*$, $E = E^*$ и переход к следующей итерации, в противном случае повтор итерации заново.

В методе Коши температура затухает по формуле: $T(k) = T_0/k^{1/D}$, где D — количество состояний автомата, T_0 — начальная температура, k — номер итерации.

В работе исследовалась модификация метода Коши с формулой затухания температуры $T(k) = T_0/k^p$. Параметр p варьировался вместе с начальной температурой T_0 . В случае отжига Коши для решаемой задачи параметр $p = 0,1$.

3. Реализация

Для реализации данной задачи в виртуальной лаборатории GIOpt был написан плагин с алгоритмом отжига. За основу был взят алгоритм Больцмана, уже реализованный в лаборатории, у которого была изменена функция убывания температуры и в операторе мутации заменено нормальное распределение распределением Коши. Помимо этого, потребовалось дополнить плагин задачи «об умном муравье» реализацией автомата Мура.

Оператор мутации изменяет начальное состояние автомата, конечное состояние в случайном переходе и действие в случайном состоянии, используя распределение Коши со среднеквадратичным отклонением $\frac{a}{n}$, где T — температура, а n — количество состояний в автомате.

Энергия системы вычисляется по формуле: $E = a \cdot k$; где a — число яблок, съедаемых муравьем за 200 шагов, k — номер шага, на котором муравей съедает последнее яблоко.

4. Результаты работы

В ходе работы были построены графики зависимости энергии от номера итерации (рис. 3—10), наглядно демонстрирующие эффективность модифицированного метода Коши от параметра p при различных значениях начальной температуры T_0 . Каждый график является усреднением по 10 запускам алгоритма при фиксированных параметрах p и T_0 .

Скачки усредненных графиков вызваны резким увеличением энергии в одном из запусков алгоритма на очередной итерации. На рис. 11—12 приведены графики 10 запусков алгоритма и их усреднение.

Из графиков на рис. 3—6 был сделан вывод, что количество состояний строящегося автомата не влияет на исследование эффективности метода отжига от параметра p . Для дальнейшего исследования был выбран класс автоматов, состоящих из 10 состояний, так как он наиболее отчетливо демонстрирует эффективность алгоритма от параметра p .

Графики на рис. 5, 7—10 были построены для автомата из 10 состояний при различных начальных температурах T_0 . Из графиков видно, что при разных начальных температурах существуют свои оптимальные значения параметра p . При $T_0 < 10$ наиболее эффективными оказались значения p в интервале 0,1—0,2; при $T_0 > 10$ — p в интервале 0,4—0,6. При этом значение p , соответствующее немодифицированному отжигу Коши, эффективно при начальных температурах $T_0 \sim 0,5$.

Наилучшими значениями параметров оказались: $\{p = 0,6; T_0 = 200\}$ и $\{p = 0,2; T_0 = 2\}$. В первом случае все 10 запущенных алгоритмов нашли автомат Мура из 10 состояний, «съедающий» все яблоки, менее чем за 690 000 итераций, во втором — менее чем за 1 100 000 итераций.

В приложении приведен один из полученных автоматов из 10 состояний (рис. А), «съедающий» все яблоки на поле за 193 хода. Действия в состояниях обозначены как **L** (повернуть налево), **M** (двигаться вперед), **R** (повернуть направо). Символы **T** и **F** над переходами означают наличие яблока перед муравьем и его отсутствие соответственно. Стартовым является состояние №2.

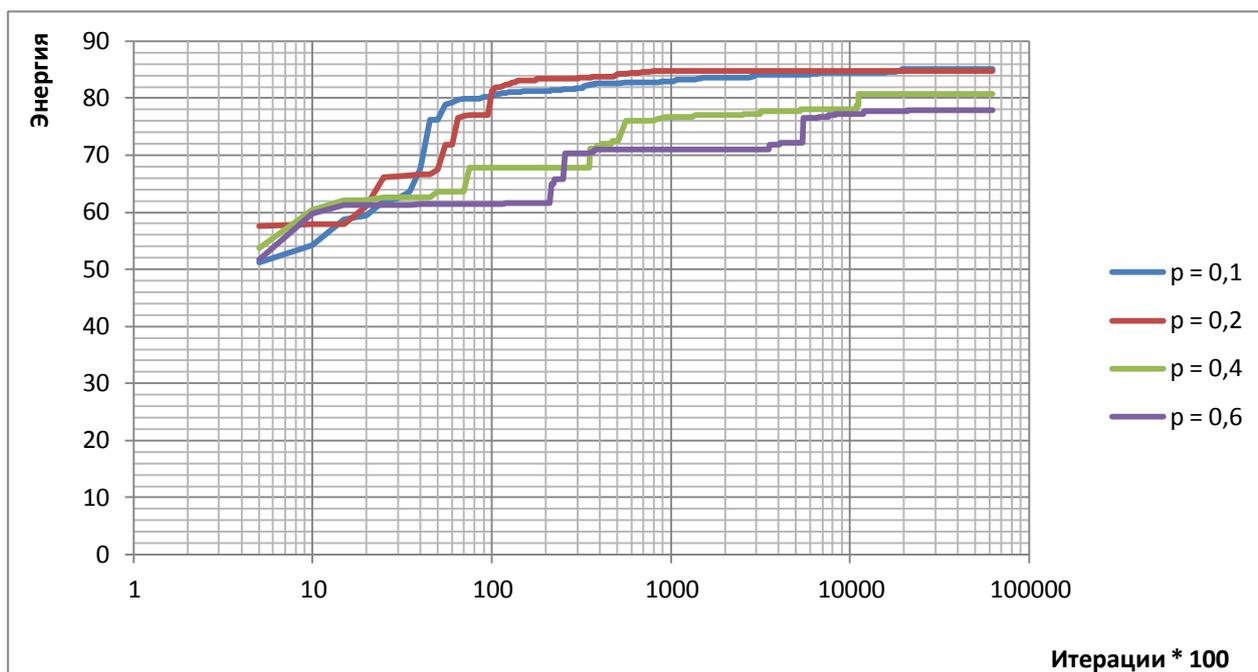


Рис. 3 — График для автомата из 8 состояний при $T_0 = 2$

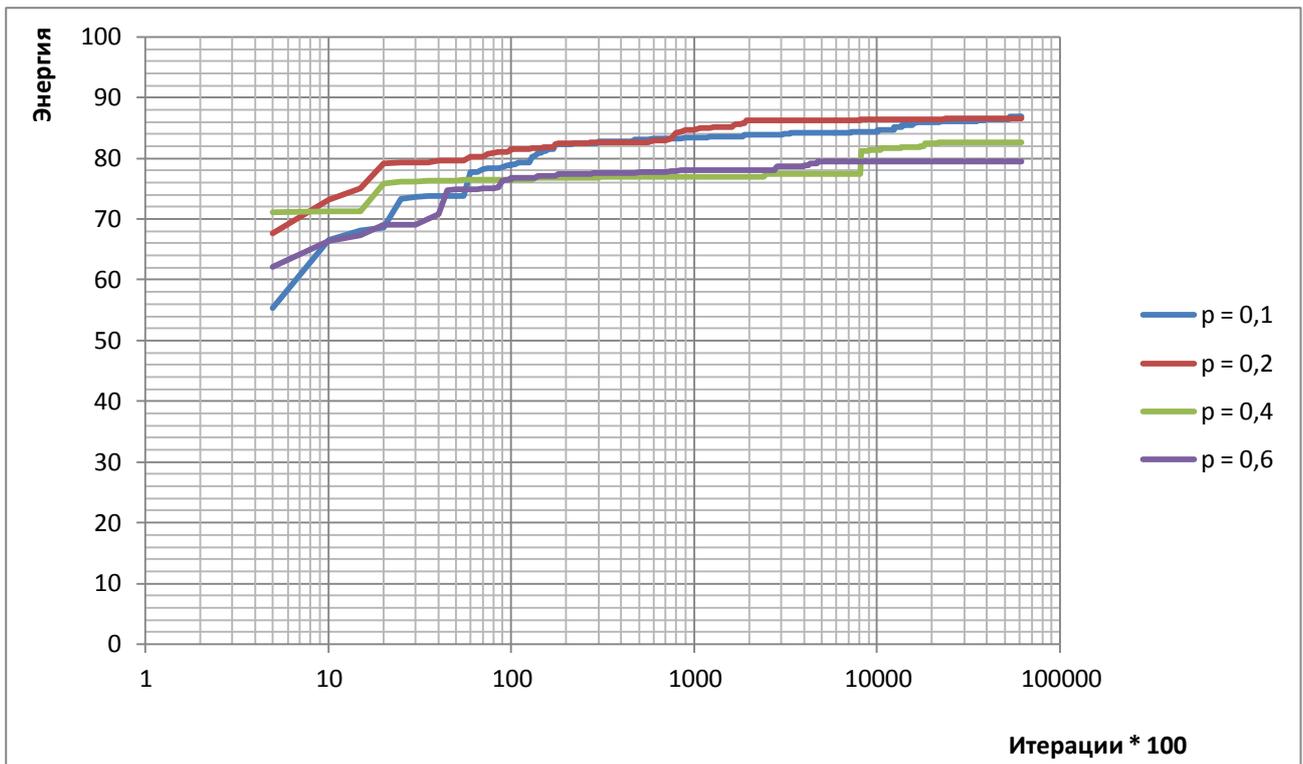


Рис. 4 — График для автомата из 9 состояний при $T_0 = 2$

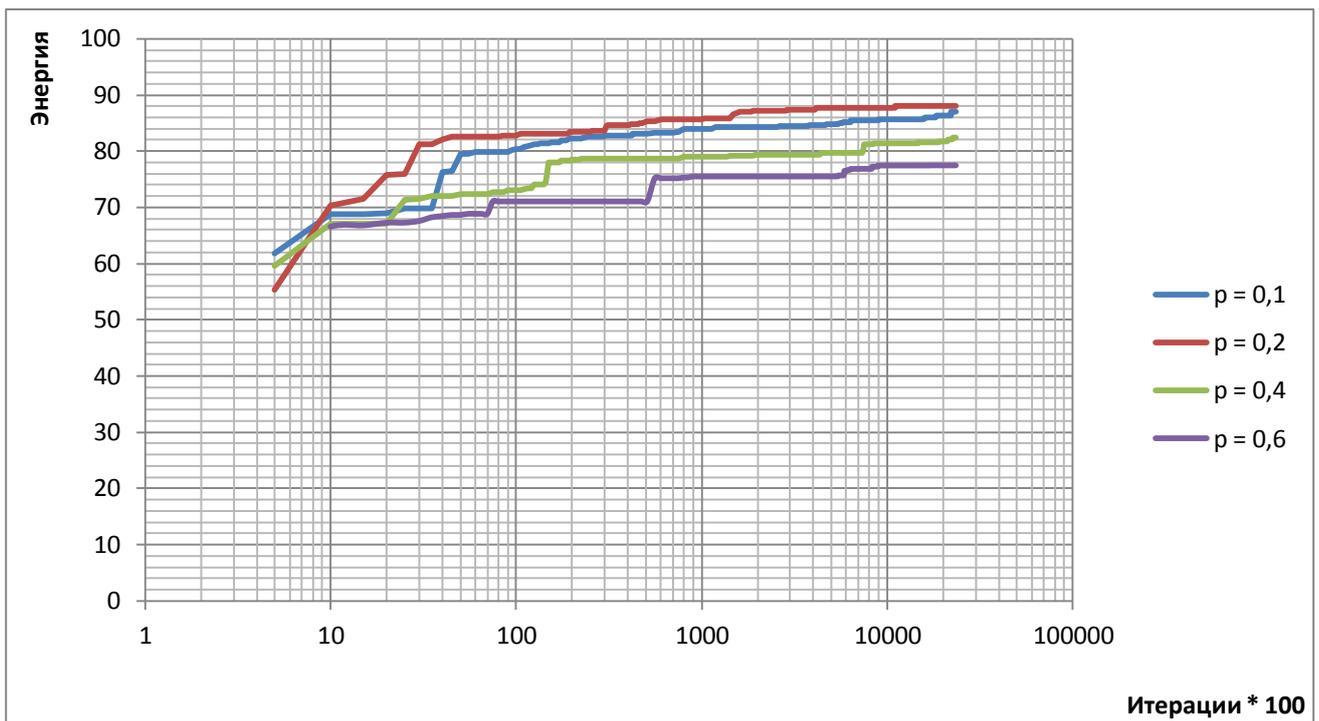


Рис. 5 — График для автомата из 10 состояний при $T_0 = 2$

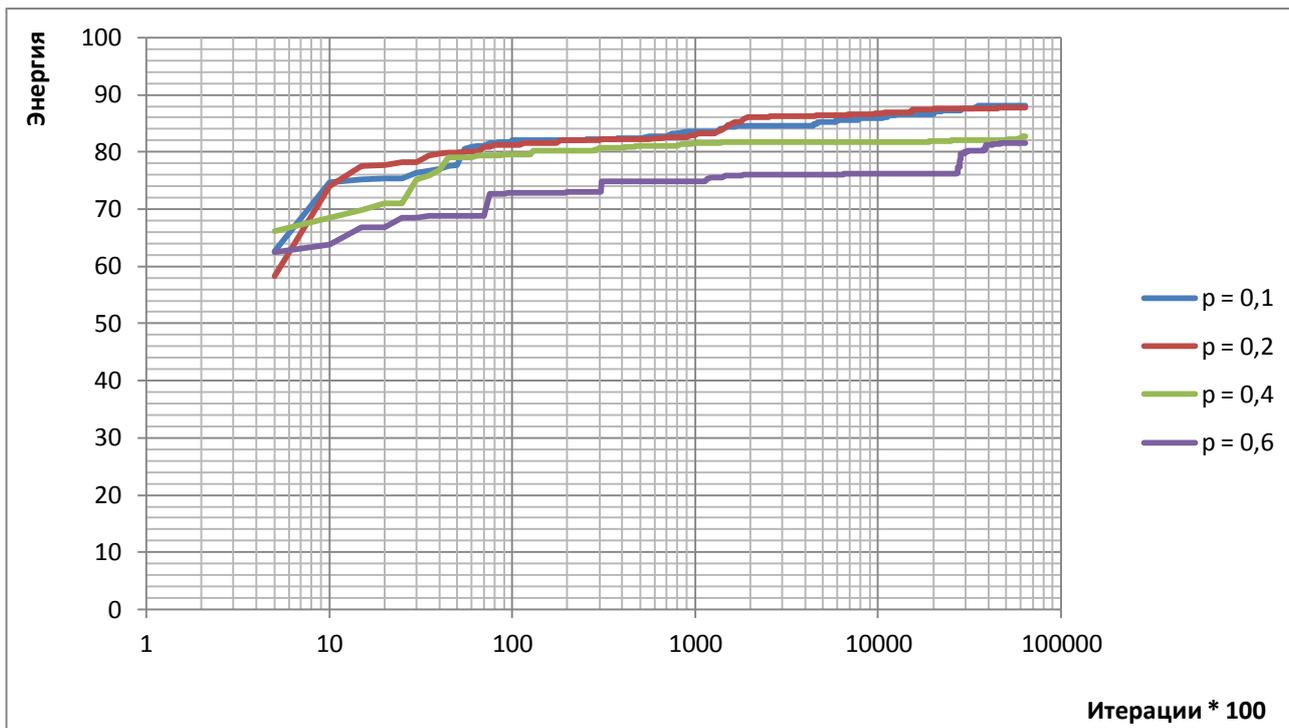


Рис. 6 — График для автомата из 12 состояний при $T_0 = 2$

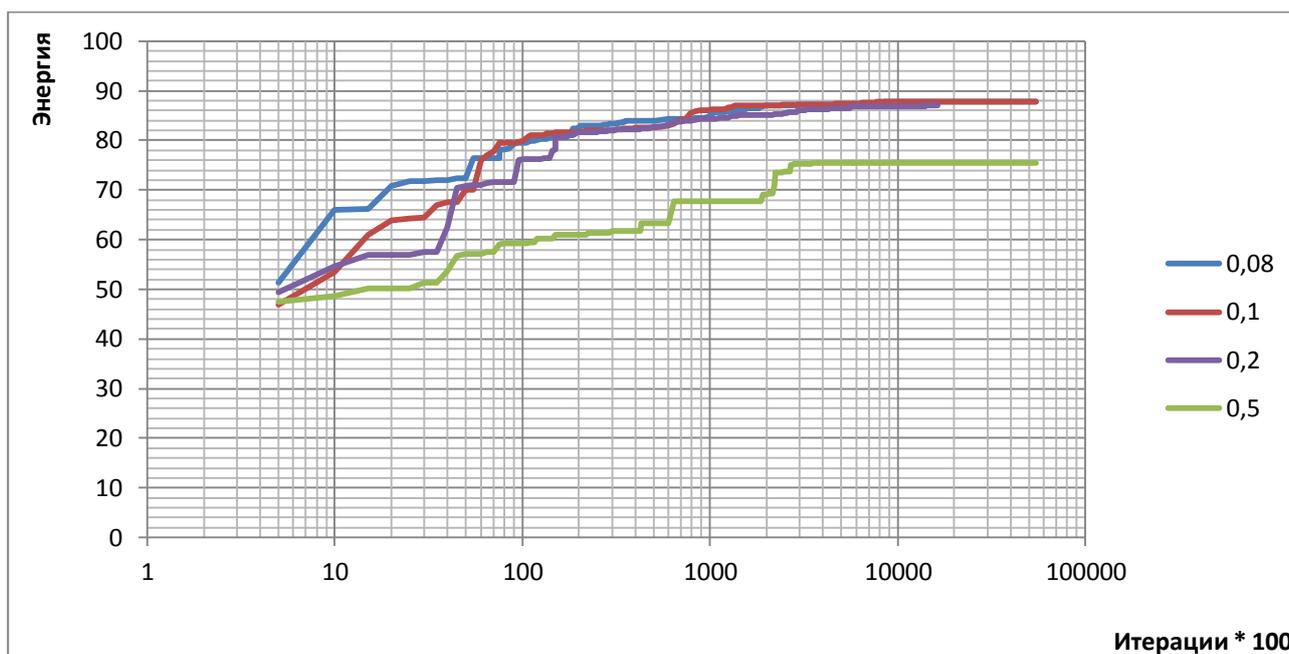


Рис. 7 — График зависимости энергии от номера итерации при $T_0 = 0,5$

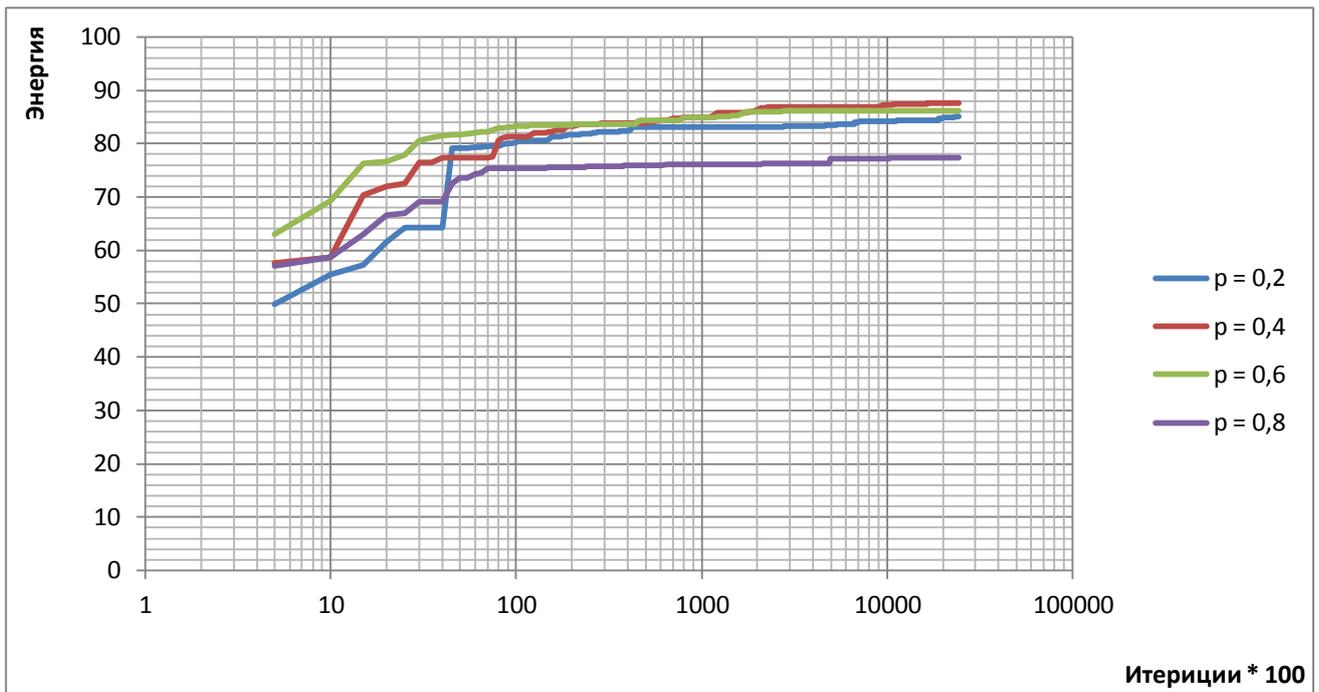


Рис. 8 — График зависимости энергии от номера итерации при $T_0 = 20$

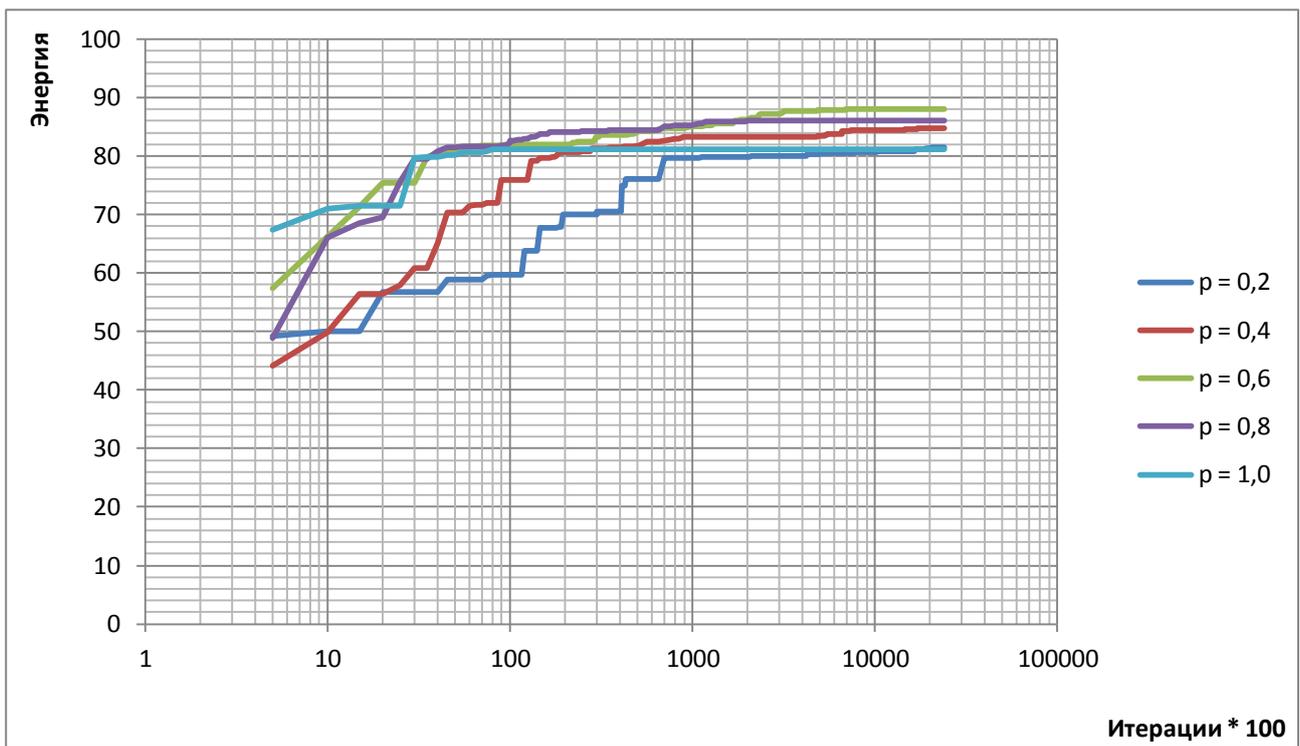


Рис. 9 — График зависимости энергии от номера итерации при $T_0 = 200$

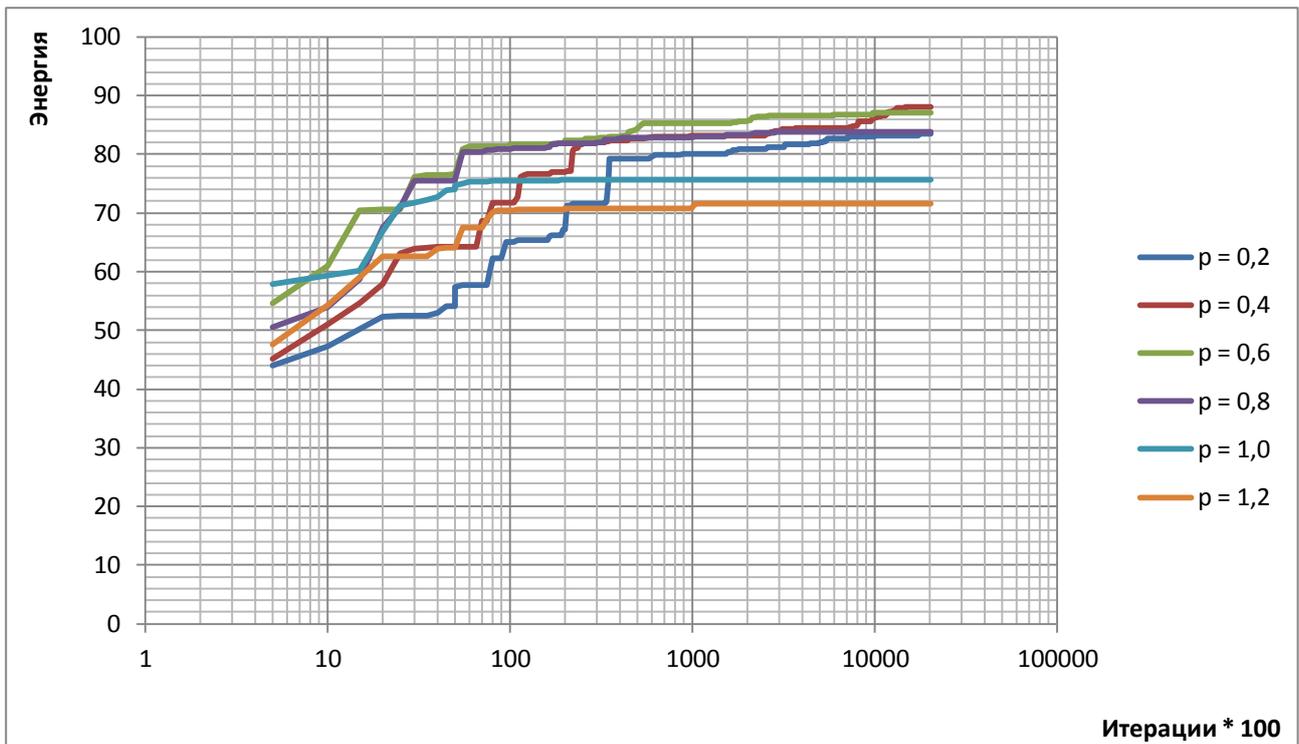


Рис. 10 — График зависимости энергии от номера итерации при $T_0 = 1000$

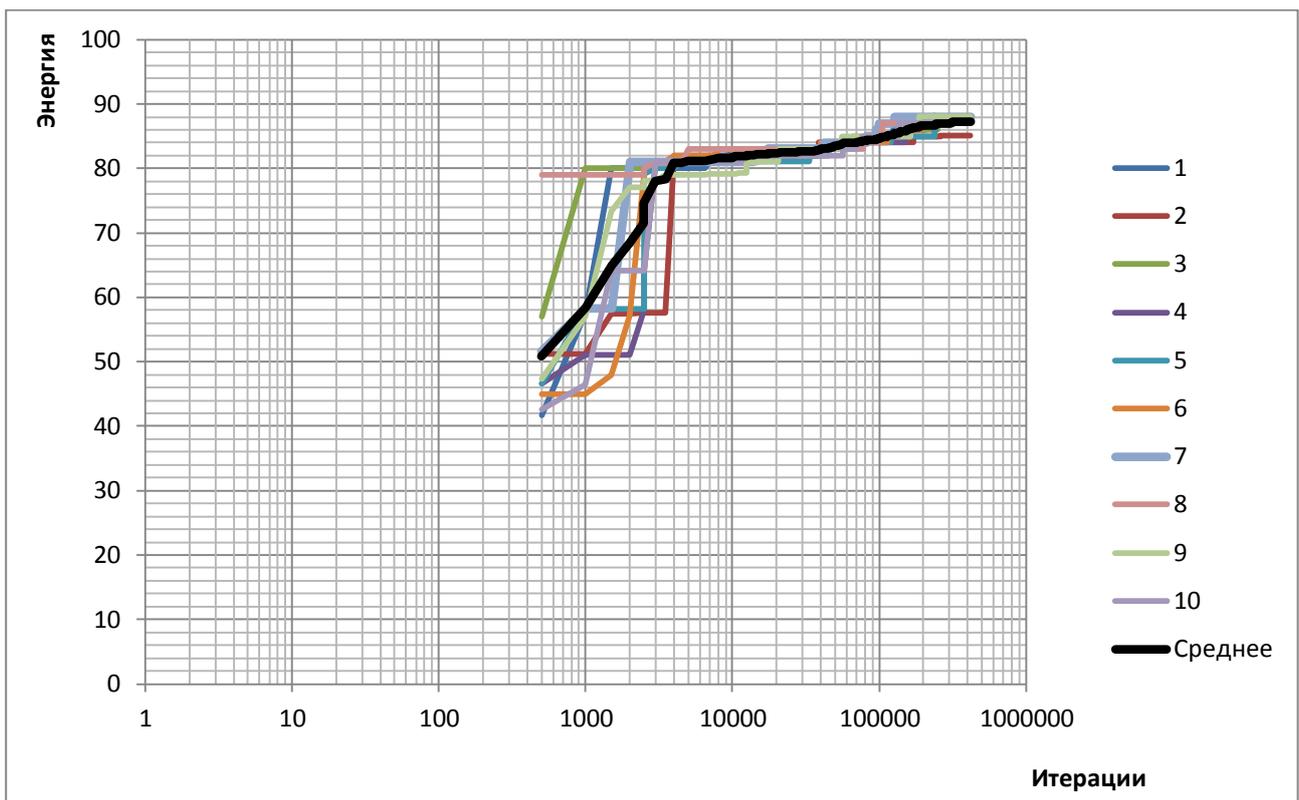


Рис. 11 — Десять запусков алгоритма при $T_0 = 200$ и $\rho = 0,6$

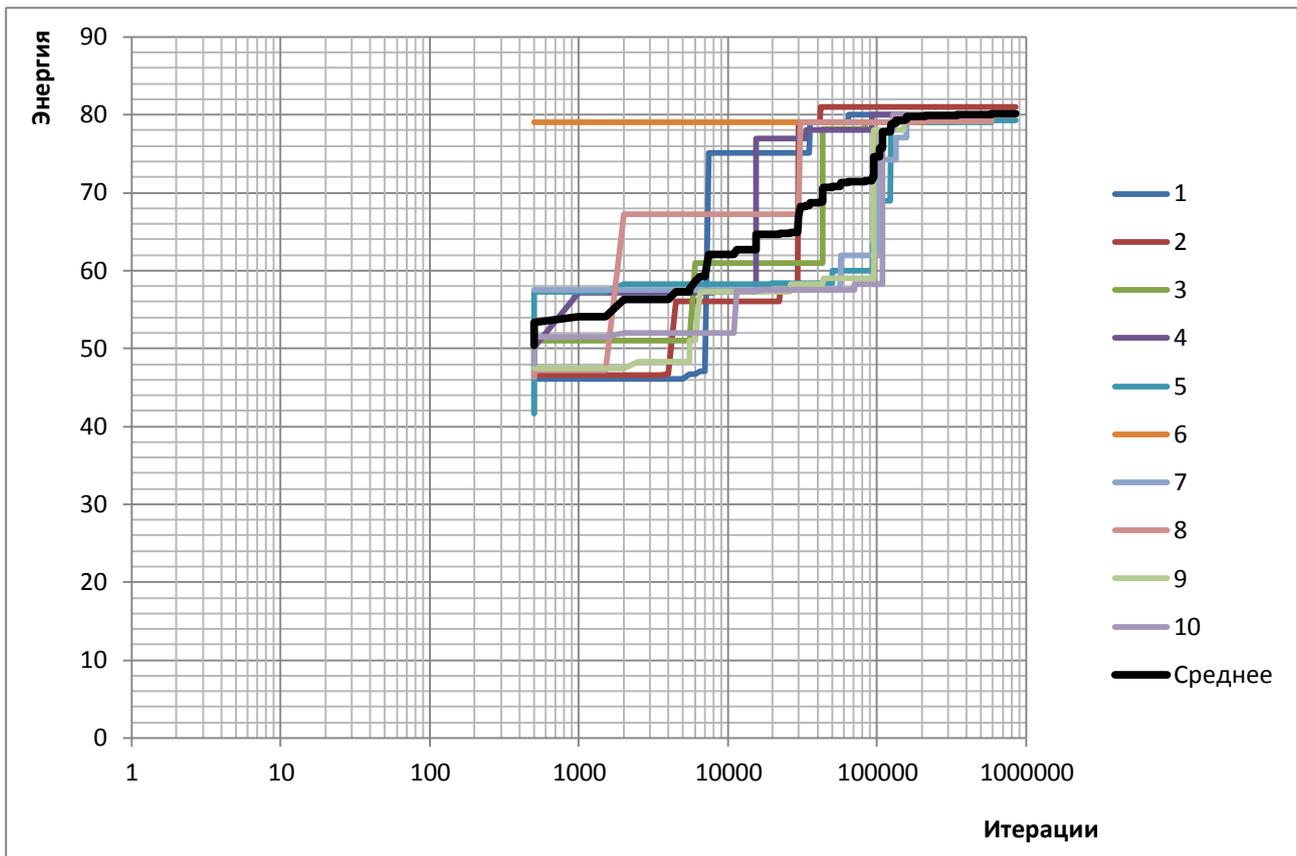


Рис. 12 — Десять запусков алгоритма при $T_0 = 1000$ и $p = 0,2$

Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена зависимость эффективности метода Коши от различных скоростей затухания температуры для построения автомата Мура из 10 состояний, решающего задачу «об умном муравье». Исследование показало, что оптимальным параметром затухания температуры $T(k) = T_0/k^p$ при $T_0 < 10$ является p из интервала 0,1—0,2; при $T_0 > 10$ — p из интервала 0,4—0,6. При этом лучших результатов достигает алгоритм при значениях параметров: $p = 0,6$; $T_0 = 200$.

Источники

1. Метод имитации отжига. Конспект лекций А. Лопатина. URL: <http://rain.ifmo.ru/~buzdalov/lab-2011/books/annealing.pdf> (Дата обращения: 11.11.2011).
2. Документация к комплексу для изучения методов глобальной оптимизации. URL: http://is.ifmo.ru/courses/_giopt-src.rar (Дата обращения: 11.11.2011).

Приложение

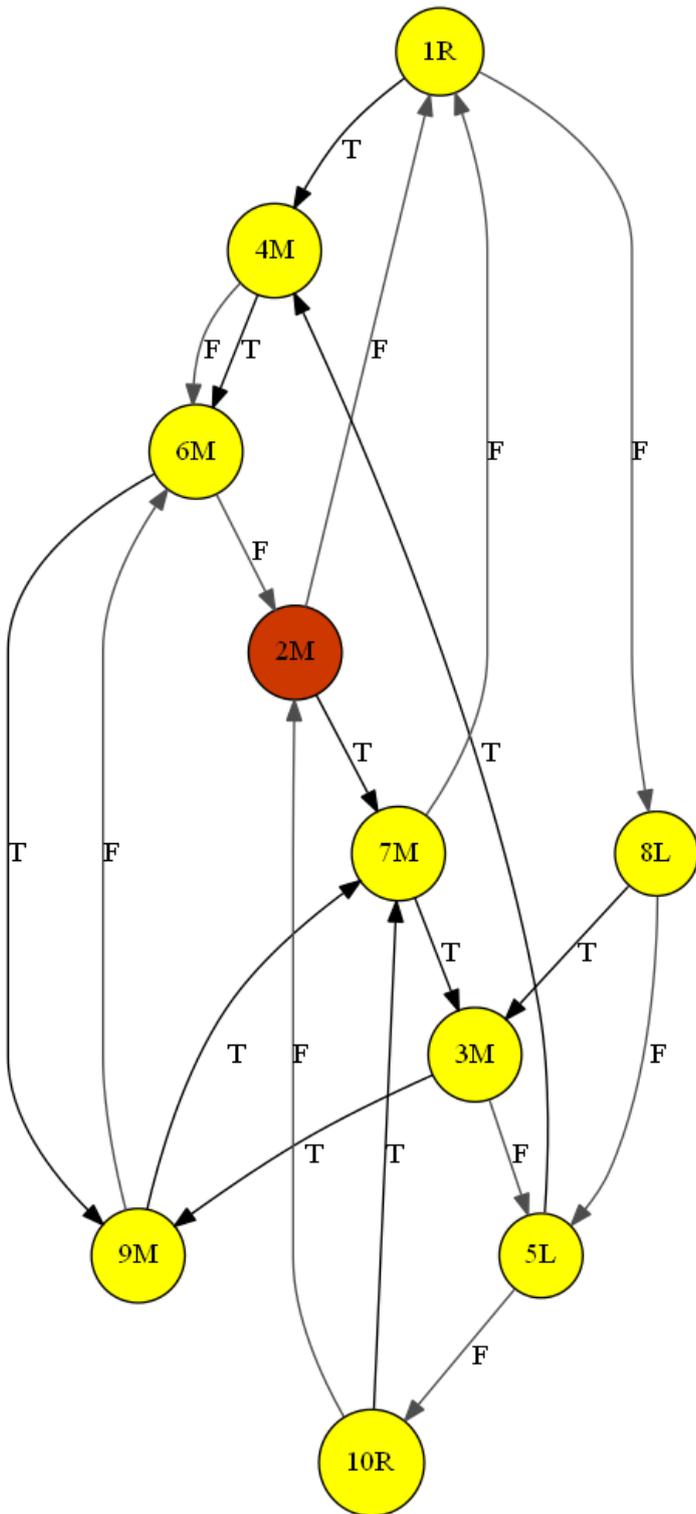


Рис. А — Полученный автомат из 10 состояний