ОДНОРОДНЫЕ СТРУКТУРЫ ИЗ НАСТРАИВАЕМЫХ МОДУЛЕЙ

5-1. ОДНОРОДНЫЕ СТРУКТУРЫ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Построение НЛМ из ФЭ, позволяющих при соответствующей настройке реализовать любую булеву формулу при числе букв $h \geq 6$, связано с большими вычислительными и технологическими трудностями. Поэтому реализация булевых формул из большого числа букв осуществляется обычно путем объединения модулей, универсальных в классе булевых формул из малого числа букв, в древовидные схемы на основе метода синтеза, изложенного в гл. 4.

Реализация различных формул приводит к построению схем, имеющих структурные отличия. Таким образом, межмодульные связи обычно являются неупорядоченными, что снижает технологичность изготовления систем управления.

Одним из интересных направлений повышения уровней унификации и интеграции является использование однородных структур из настраиваемых модулей. Авторы не ставят своей целью подробно ознакомить читателя с теорией и практикой построения таких структур: это сделано в обширной и содержательной литературе, изданной ранее [19, 32, 38]. Однако, занимаясь настраиваемыми модулями, мы интересовались, как получаемые результаты согласуются с достижениями в области однородных структур. К сожалению, настраиваемые модули, предложенные в гл. 3, оказались не приспособленными для их использования в этом направлении.

С другой стороны, из литературы неизвестны однородные структуры из комбинационных элементов, позволяющие реализовать булевы функции, заданные в скобочных формах произвольной глубины, которые обычно используются при записи алгоритмов работы управляющих логических устройств. Использование в однородных структурах ячеек из элементов с памятью для реализации скобочных формул произвольной 'глубины [8] значительно повышает сложность таких структур и осложняет их применение на практике. Поэтому мы рассмотрим вопросы разработки и применения однородных структур из настраиваемых комбинационных модулей, позволяющих реализовать формулы указанного вида.

Структура называется однородной, если она состоит из одинаковых модулей, соединенных друг с другом одинаковым образом.

Однородные структуры могут быть классифицированы по следующим основным признакам [38]:

1. По направленности связей: а) односторонние структуры, в которых подача выходного сигнала i-го модуля на вход j-го модуля исключает связь j-го модуля со входами i-го модуля; б) двусторонние структуры, у которых подача выходного сигнала j-го модуля на вход i-го модуля требует подачи выходного сигнала j-го модуля на вход i-го модуля.
2. По размерности пространства: а) одномерные (линейные), обычно называемые цепочками; б) двухмерные (плоскостные), обычно называемые решетками; в) трехмерные (объемные).
3. По типу используемых модулей: а) структуры из модулей с памятью; б) структуры из комбинационных модулей.
4. По расположению модулей в структуре: а) вершинные, когда модули располагаются в вершинах соответствующего графа-структуры из ФЭ; б) реберные, когда модули располагаются на ребрах соответствующего графа - структуры из элементов с двусторонней проводимостью (ЭДП).

Все входы и выходы модулей можно разделить на межмодульные (в цепочках - боковые) и внешние. На боковые входы ля поступают сигналы с выходов других, непосредственно м связанных модулей. В некоторых случаях удобно пользоваться термином «межмодульный (боковой) канал», под котором понимать связь входа данного модуля с выходом соседнего модуля.

5. По числу каналов структуры делятся на: а) одноканальные.
б) многоканальные.

Все остальные входы модулей за исключением межмодульных считаются внешними, которые в свою очередь делятся на:

а) информационные, на которые подаются входные переменные;
б) настроечные, на которые подаются сигналы настройки, определяющие режим работы модуля структуры.

6-2. РЕАЛИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФОРМУЛ В ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУРАХ ИЗ КОМБИНАЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Одномерная однонаправленная однородная структура из двухвходовых элементов & и V *называется каскадом Макхападхая* [68].

Каскады Макхападхая реализуют бесповторные пороговые формулы, и только их. Действительно, известно, что если формула $\varphi(x_1,...,x_{h-1})$ бесповторна, то бесповторна также и формула

$$f(x_1,...,x_h)=\varphi(x_1,...,x_{h-1})\cdot x_h, \quad (6\text{-}1)$$

где $*=\{\&,\vee\}$.

В свою очередь, известно также, что если функция $\varphi(x_1,...,x_{h-1})$ является пороговой, то пороговой является также и функция, задаваемая выражением (6-1) [7]. Таким образом, можно утверждать, что если $\varphi(x_1,...,x_{h-1})$ - бесповторная пороговая формула, то бесповторной пороговой является также и формула вида (6-1).

Из сказанного следует, что произвольная бесповторная пороговая формула может быть представлена в виде

$$f(x_1,...,x_h)=((...((x_1*x_2)*x_3)...*x_{h-2})*x_{h-1})*x_h. \quad (6\text{-}2)$$

В работе [68] показано, что каскады Макхападхая из $h-1$ элементов реализуют формулы из *h* букв, которые могут быть представлены выражением (6-2), и только их. Следовательно, справедливо утверждение: каскады Макхападхая реализуют бесповторные пороговые формулы.

Покажем, что эти каскады реализуют формулы только этого класса. В работе [7] доказано, что непороговые функции не могут быть представлены в виде (6-2) и поэтому не реализуются каскадами рассматриваемого типа. В свою очередь, в работе [38] показано, что каскад Макхападхая с А входами не позволяет реализовать ни одну повторную формулу в базисе $\{\&,\vee,\bar{\ }\}$ из *h* букв, которая не была бы эквивалентна формуле, бесповторной в том же базисе, содержащей меньшее число букв. Таким образом, утверждение доказано полностью.

Существует 2^{h-1} неизоморфных каскадов Макхападхая из $h-1$ двухвходовых элементов & и V. Справедливость этого утверждения следует из комбинаторного соотношения для подсчета числа размещений и свойства формул вида (6-1) порождать неизоморфные формулы из *h* букв при замене знака * на *&* и V. *Одномерная однонаправленная однородная структура из двухвходовых элементов* $\&,\vee,\oplus$ *называется каскадом Майтра* [67]. Число неизоморфных каскадов Майтра с *h* входами определяется из соотношения (2-18).

Обобщенные каскады. Пусть имеется одноканальный каскад, соединенный с выходом схемы. Назовем этот каскад каскадом 1-го уровня. Подсоединяя к его входам по одному выходу новых каскадов, образуем схему, содержащую каскады 2-го уровня. Подсоединяя, в свою очередь, к входам элементов каскадов 2-го уровня по одному выходу последующих каскадов, получим схему с каскадами 3-го уровня и т. д. По такой процедуре может быть сформирована любая древовидная схема из двухвходовых элементов.

Произвольная древовидная схема, построечная на каскадах, сформированных из двухвходовых элементов & и V $\{\&,\vee,\oplus\}$, *называется обобщенным каскадом Макхападхая (обобщенным каскадом Майтра)* [66]. *Обобщенный каскад, содержащий каскады уровня п, называется п-уровневым каскадом.*

Обобщенный каскад с *h* входами содержит не более [*h* /2] каскадов. Очевидно, что наибольшим числом каскадов обладает обобщенный каскад, структура которого есть дерево с дихотомией (структура минимальной глубины). Эта структура обладает тем свойством, что в ней первый ярус содержит наибольшее число элементов. Число двухвходовых элементов в этом ярусе в структуре, имеющей h входов, равно $[h/2]$. Ввиду того что каждый элемент обобщенного каскада принадлежит одному и только одному каскаду, число каскадов в обобщенном каскаде не превышает $[h/2]$.

Так как каждый каскад в обобщенном каскаде Макхападхая является пороговым элементом, то справедливо следующее утверждение: для реализации произвольной формулы в базисе $\{\&, \vee\}$ из h букв требуется не более $[h/2]$ пороговых элементов (реализующих только бесповторные пороговые функции).

Максимальная длина $l(h)$ одного каскада в обобщенном каскаде с h входами удовлетворяет неравенству

$$]\log_2 h[\le l(h) \le h - 1. \qquad (6\text{-}3)$$

Верхняя оценка достигается в случае, когда обобщенный каскад является линейным, а нижняя оценка соответствует структуре, обладающей дихотомией, в которой искомая величина совпадает с глубиной схемы Г. Для этой структуры выполняется соотношение

$$1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{\Gamma - 1} = h - 1 \qquad (6\text{-}4)$$

$$2^{\Gamma} - 1 = h - 1 \qquad (6\text{-}5)$$

$$\Gamma = l_{ниж} =]\log_2 h[. \qquad (6\text{-}6)$$

неизоморфных структур обобщенных каскадов, соответствующих формулам из h букв, удовлетворяет рекуррентному

$$R_h = \begin{cases} \sum_{i=1}^{[h/2]} R_i R_{h-i} & при \quad h = 2k+1, \quad k \ge 1 \\ & при \quad h = 2k, \quad k = 1;2;3; \\ \sum_{i=1}^{h/2} R_i R_{h-i} - C^2_{R_{h/2}} & при \quad h = 2k, \quad k \ge 4. \end{cases} \qquad (6\text{-}7)$$

Значения R_h при $h = 1 \div 12$ приведены в табл. 6-1. На рис, 6-1, а в качестве примера приведены структуры обобщенных каскадов для h = 5.

Покрывающие обобщенные каскады. В классе обобщенных каскадов наибольший интерес представляют такие обобщенные

Таблица 6-1

h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R_h	1	1	1	2	3	6	11	23	46	98	207	451

Каскады, имеющие число входов, большее h, из которых путем замены одного или нескольких элементов проводом может быть

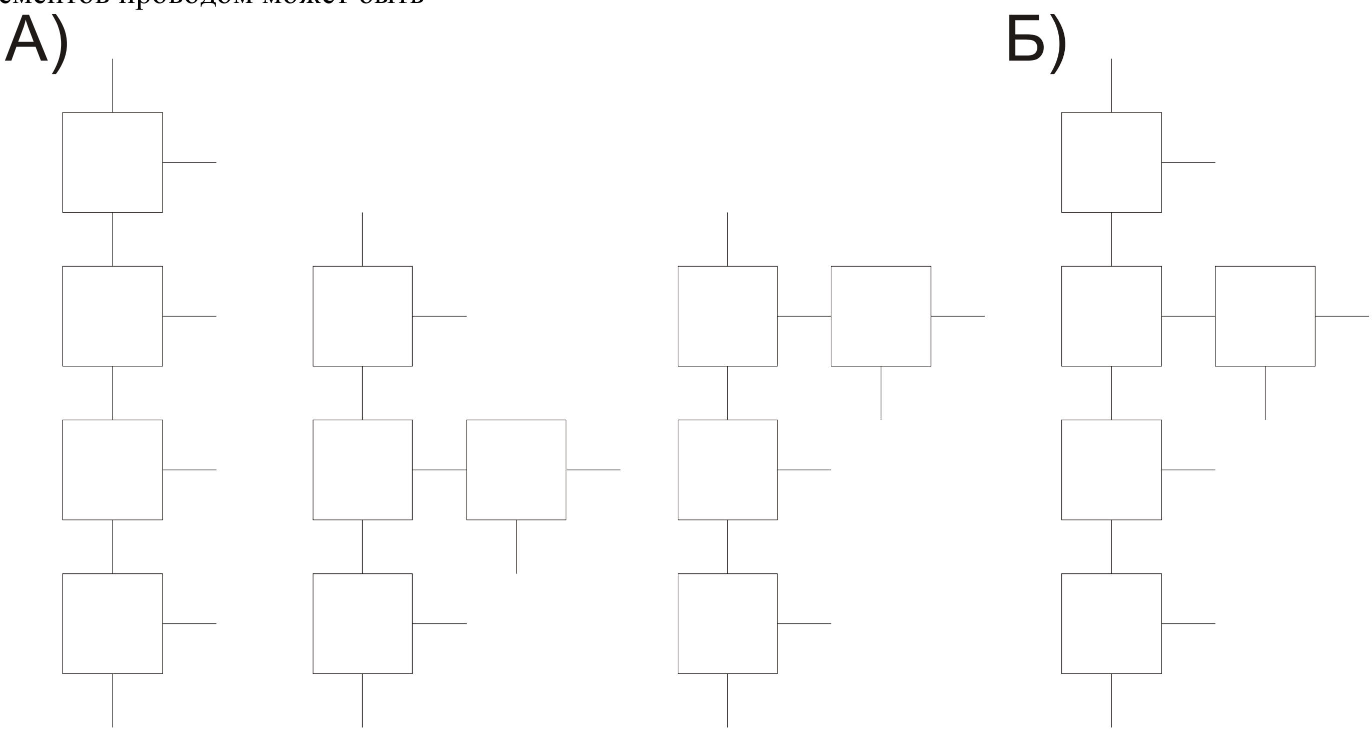

Рис. 6-1. Каскады для $h = 5$: *а* - обобщенные; *б* - покрывающий обобщенный

получен любой из обобщенных каскадов, имеющих *h* входов. Такие каскады являются основой для построения схем, универсальных в классе бесповторных формул, обладающих простой внутренней структурой.

В табл. 6-2 приведено число элементов в покрывающих обобщенных каскадах в зависимости от числа информационных входов *h*.

Таблица 6-2

Число элементов в покрывающих обобщенных каскадах

h	2	3	4	5	6	7	8
$T(h)$	1	2	4	5	8	10	15

На рис. 6-1,б в качестве примера приведена структура покрывающего обобщенного каскада для $h = 5$.

Настраиваемые каскады Макхападхая. *Одномерная одноканальная однородная структура из модулей, настраиваемых на реализацию формул* $y_1 = x_1x_2 \vee (x_1 \vee x_2)z = x_1 \# x_2 \# z$. *и y2 = x\ V x2, называется настраиваемым каскадом Макхападхая.* Модуль, реализующий при настройке указанные формулы, описывается мажоритарной функцией трех переменных, которая имеет следующий вид:

y = XlX2 V *(Xi* V *X2) Z = Xi* ф *X2* ф 2. (6-8)

При этом входы x_1 (боковой) и x_2 (внешний) являются информационными, а вход z - настроечным. Настраиваемый каскад Макхападхая из $h-1$ модулей позволяет реализовать 2^{h-1} представителей *PN*-типов бесповторных пороговых формул из *h* букв. Справедливость этого утверждения следует из того, что один такой настраиваемый каскад позволяет промоделировать любой из 2^{h-1} неизоморфных каскадов Макхападхая, что вытекает из принципов его построения. Настраиваемые каскады Макхападхая реализуют лишь те булевы формулы в базисе $\{\&, \vee\}$, которые могут быть представлены схемой с линейной структурой.

Рассмотренные каскады позволяют реализовать любую бесповторную пороговую формулу при условии, что прямые и инверсные выходы источников информации равнодоступны. В случае, пи выходы источников неравнодоступны для обеспечения уникальности в указанном классе формул, одноканальная однородная структура должна быть построена из модулей, реализующих при настройке следующие шесть формул:

$$y_1 = x_1x_2;\, y_2 = x_1\bar{x}_2;\, y_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2;\, y_4 = x_1 \vee x_2;\, y_5 = x_1 \vee \bar{x}_2;\, y_6 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2.$$

Настраиваемые каскады Майтра. Пусть требуется построить дуль, который при настройке реализует три формулы из двух букв:

$$y_1 = x_1x_2;\, y_2 = x_1 \vee x_2;\, y_3 = x_1 \oplus x_2.$$

Построим на его основе линейную однородную структуру. Предположим, что информационные и настроечные входы этого модуля независимы. Такой модуль имеет два информационных x_1 и x_2 и два настроечных - z_1 и z_2, а его структура опирается функцией четырех переменных

$$y = (x_1 \vee x_2)\bar{z}_1z_2 \vee x_1x_2z_1\bar{z}_2 \vee (x_1 \oplus x_2)z_1z_2 = [(x_1 \vee x_2)\bar{z}_1 \vee x_1 \oplus x_2]z_2 \vee x_1x_2z_1\bar{z}_2. \quad (6\text{-}9)$$

Приведем настройки, при которых модуль реализует заданные формулы:

при $z_1 = 1$, $z_2 = 0$ $y_1 = x_1x_2$;

при $z_1 = 0$, $z_2 = 1$ $y_2 = x_1 \vee x_2$;

при $z_1 = 1$, $z_2 = 1$ $y_3 = x_1 \oplus x_2$.

Объединяя выход y предыдущего модуля с боковым входом дующего модуля, получим одномерную одноканальную однородную структуру. *Одномерная одноканальная однородная структура из модулей, настраиваемых на реализацию формул* $y_1 = x_1x_2, y_2 = x_1 \vee x_2, y_3 = x_1 \oplus x_2$, *называется настраиваемым каскадом Майтра.*

Настраиваемые каскады Майтра реализуют лишь те булевы формулы в базисе $\{\&, \vee, \oplus\}$, которые могут быть представлены схемой с линейной структурой. Справедливость этого утверждения вытекает из принципов построения таких каскадов.

В случае, если прямые и инверсные выходы *ИИ* неравнодоступны, однородная структура должна быть построена из модулей, реализующих при настройке восемь типов формул:

$$y_1 = x_1 x_2;\, y_2 = x_1 \bar{x}_2;\, y_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2;\, y_4 = x_1 \oplus x_2;$$
$$y_5 = x_1 \vee x_2;\, y_6 = x_1 \vee \bar{x}_2;\, y_7 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2;\, y_8 = x_1 \oplus \bar{x}_2.$$

Настраиваемые обобщенные каскады Макхападхая. Пусть имеется настраиваемый каскад Макхападхая. Подсоединяя к его внешним информационным выходам по одному каскаду того же типа, получим схему 2-го уровня. Поступая аналогично, можно построить настраиваемые обобщенные каскады Макхападхая для моделирования любого обобщенного каскада этого типа. При этом наибольший интерес представляют настраиваемые обобщенные каскады Макхападхая, моделирующие покрывающие обобщенные каскады, так как такие каскады универсальны для класса формул в базисе $\{\&, \vee\}$. Эти универсальные схемы, имея относительно большое число внешних выводов, обладают простой внутренней структурой. В табл. 6-3 приведены значения $M_1(K)$ - числа внешних выводов в рассматриваемых каскадах для различных значений *K*.

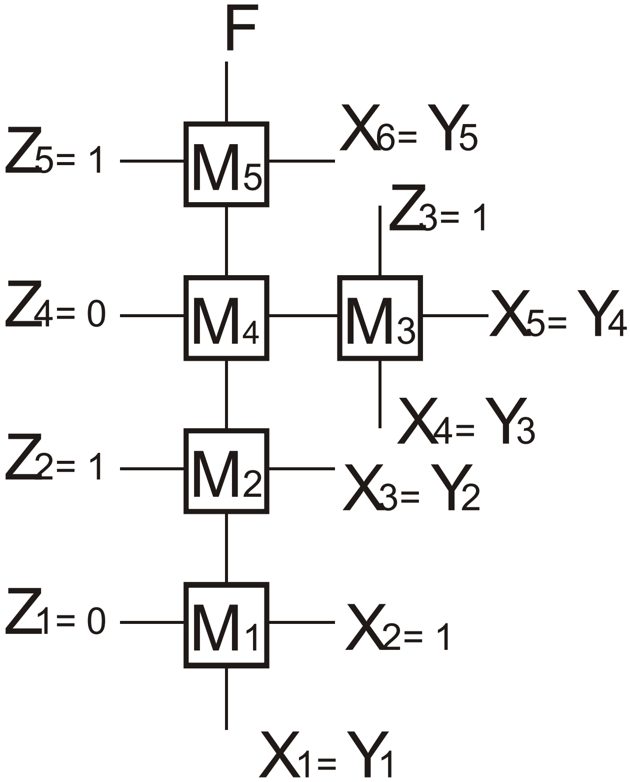

Рис. 6-2. Реализация булевой формулы $f = (y_1 \vee y_2)(y_3 \vee y_4) \vee y_5$ в настраиваемом обобщенном каскаде ($M1 \div M5$ - мажоритарные элементы)

Предложенные схемы обладают итеративной структурой, так как схема, универсальная в классе формул из *h* букв, может быть получена путем дополнения схемы, универсальной из *h* - 1 букв. Для таких универсальных схем можно не создавать таблицу настроек, так как настройка отдельных элементов структуры легко определяется по заданной формуле.

На рис. 6-2 в качестве примера приведена реализация формулы $f = (y_1 \vee y_2)(y_3 \vee y_4) \vee y_5$ в настраиваемом обобщенном каскаде, универсальном для класса формул в базисе $\{\&, \vee\}$ из пяти букв.

Настраиваемые обобщенные каскады Майтра. Каскады этого типа могут быть получены путем объединения настраиваемых каскадов Майтра. При этом наибольший интерес представляют настраиваемые обобщенные каскады Майтра, моделирующие покрывающие обобщенные каскады. Такие каскады универсальны для класса формул в базисе $\{\&, \vee, \oplus\}$ и обладают простой внутренней структурой. В табл. 6-3 приведены значения $M_2(K)$ -числа внешних выводов в этих каскадах для различных значений *K*.

Так как структура покрывающего каскада не зависит от базиса, то схемы, универсальные для класса формул в базисах $\{\&, \vee\}, \{\&, \vee, \oplus\}$,

Таблица 6-3

Число выводов в настраиваемых обобщенных каскадах

K	2	3	4	5	6	7	8
$M_1(K)$	4	6	10	12	18	22	32
$M_2(K)$	5	8	14	17	26	32	46

содержат одинаковое число модулей, соединенных одинаковым образом. При этом, однако, сами используемые модули различны, что приводит к различию в числе внешних выводов в универсальных схемах в зависимости от базиса (табл. 6-3).

Многоканальные однородные структуры. Выше было показано, что булевы формулы, которые могут быть представлены схемами с линейной структурой, реализуются в одноканальной настраиваемой структуре, ячейка которой описывается формулами вида

$$f = x * y,$$

где $* = \{\&, \vee\}$ либо $* = \{\&, \vee, \oplus\}$.

Для реализации булевых формул, которые могут быть представлены древовидными схемами, содержащими каскады 2-го уровня, может быть предложена двухканальная одномерная однородная структура из настраиваемых модулей. Ячейка такой структуры имеет два боковых информационных входа y_1 и y_2, один внешний вход и два выхода f_1 и f_2, на которых реализуются системы формул вида

$$\left.\begin{aligned} &f_1 = y_1 * x; f_1 = x; \\ &f_2 = y_2; f_2 = y_1 * y_2. \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}10)$$

На рис. 6-3, *а* приведены структурные схемы ячейки, получаемые путем настройки. При этом в случае использования базиса $\{\&, \vee\}$ число настроечных входов ячейки равно двум, а при использовании базиса $\{\&, \vee, \oplus\}$ - трем (настроечные входы на рисунке не показаны).

В первом случае структура модуля описывается следующей системой функций:

При этом, если

$$\begin{array}{lllll} z_1 = 0, & z_2 = 0, & \textit{то} & f_1 = y_1 x; & f_2 = y_2; \\ z_1 = 0, & z_2 = 1, & \textit{то} & f_1 = y_1 \vee x; & f_2 = y_2; \\ z_1 = 1, & z_2 = 0, & \textit{то} & f_1 = x, & f_2 = y_1 y_2; \\ z_1 = 1, & z_2 = 1, & \textit{то} & f_1 = x; & f_2 = y_1 \vee y_2. \end{array}$$

Во втором случае структура модуля описывается системой

$$\left.\begin{aligned} &f_1 = [(y_1 \oplus x) z_2 \bar{z}_3 \vee y_1 \bar{z}_2 z_3] \bar{z}_1 \vee [z_1(\bar{z}_2 \vee z_3) \vee \bar{z}_2 (y_1 \vee z_3)] x; \\ &f_2 = z_1 [y_1 (y_1 z_2 z_3 \vee \bar{z}_2 \bar{z}_3) \vee (y_1 \oplus y_2) z_2 z_3] \vee y_2 [\bar{z}_1 (\bar{z}_2 \vee \bar{z}_3) \vee \bar{z}_2 \bar{z}_3]. \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}12)$$

При этом, если

$$\begin{array}{llllll} z_1 = 0, & z_2 = 0, & z_3 = 0, & \textit{то} & f_1 = y_1 x, & f_2 = y_2; \\ z_1 = 0, & z_2 = 0, & z_3 = 1, & \textit{то} & f_1 = y_1 \vee x, & f_2 = y_2; \\ z_1 = 0, & z_2 = 1, & z_3 = 0, & \textit{то} & f_1 = y_1 \oplus x, & f_2 = y_2; \\ z_1 = 1, & z_2 = 1, & z_3 = 1, & \textit{то} & f_1 = x, & f_2 = y_1 y_2; \\ z_1 = 1, & z_2 = 0, & z_3 = 0, & \textit{то} & f_1 = x, & f_2 = y_1 \vee y_2; \\ z_1 = 1, & z_2 = 0, & z_3 = 1, & \textit{то} & f_1 = x, & f_2 = y_1 \oplus y_2. \end{array}$$

Вложение 2-уровневого обобщенного каскада в двухканальную однородную структуру.

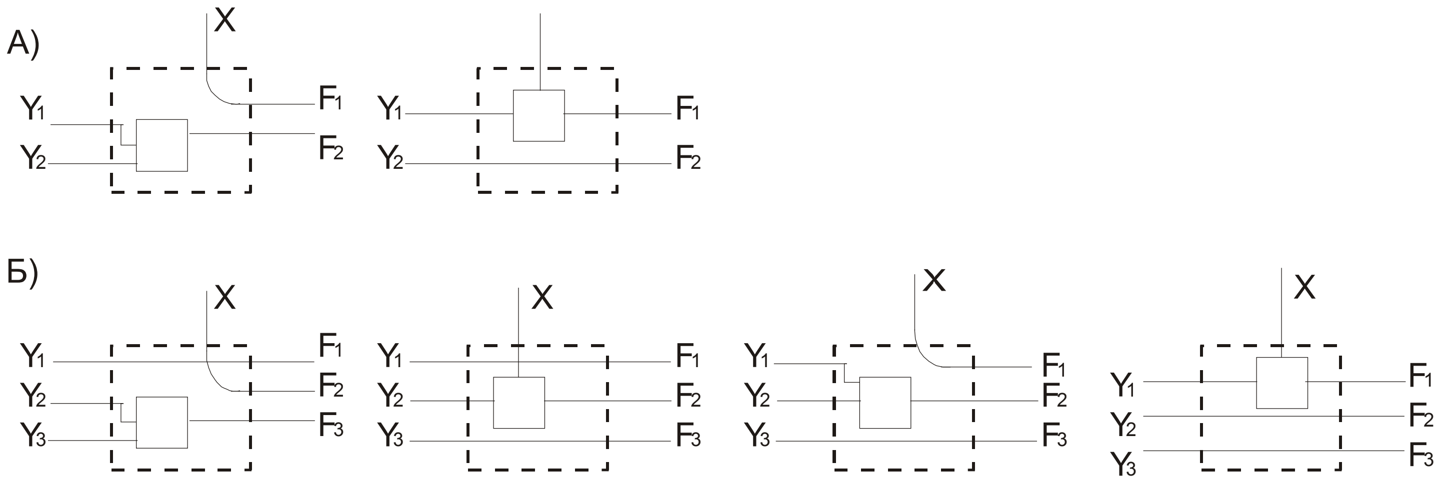

Рис. 6-3. Структурные схемы, получаемые путем настройки k-канальной ячейки: $a - k = 2; b - k = 3$

Вложение в этом случае выполняется таким образом, что: а) каждый двухвходовой элемент каскада вкладывается в одну и только одну ячейку однородной структуры; б) каждая ячейка структуры настраивается независимо; в) каждая ячейка настраивается на выполнение операции, реализуемой вкладываемым элементом; г) элементы каскада 1-го уровня размещаются в нижнем канале, а элементы каскадов

2-го уровня - в верхнем канале; д) каскады 2-го уровня вкладываются в соответствии с их нумерацией, начиная с каскада, помеченного наименьшим номером (каскады этого уровня нумеруются в порядке их подсоединения к каскаду 1-го уровня, двигаясь от его входа к выходу).

Вложение рассматриваемого обобщенного каскада начинается с вложения в нижний канал структуры всех элементов каскада 1-го уровня от первого его элемента, оба входа которого соединены с источниками информации, до элемента, связанного

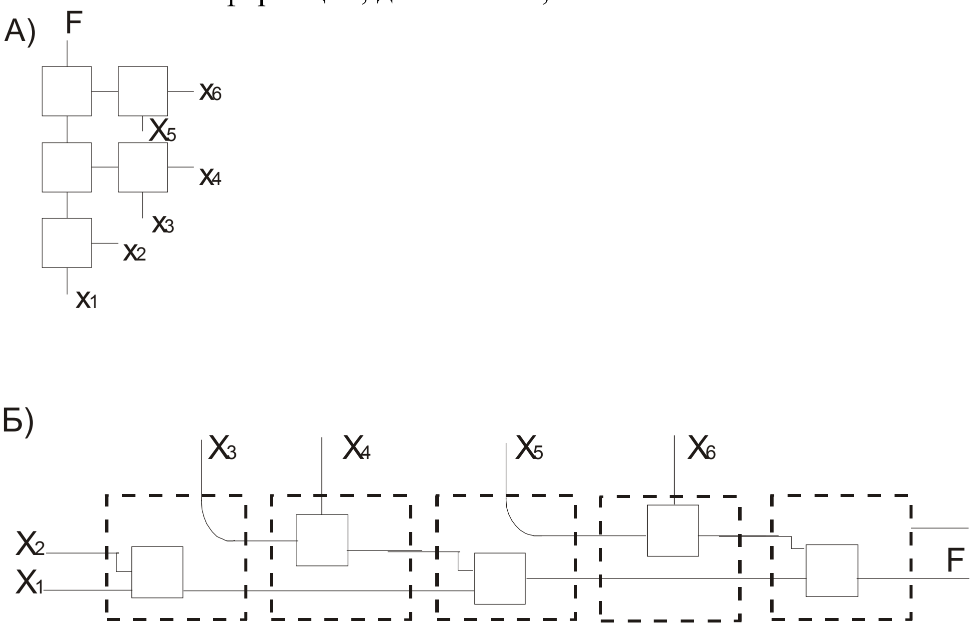

Рис. 6-4. Пример реализации булевой формулы в двухканальной однородной структуре: *а* - обобщенный каскад, соответствующий реализуемой формуле; б - вложение обобщенного каскада в однородную структуру

с каскадом 2-го уровня, помеченным наименьшим номером. Вложение этого элемента откладывается до тех пор, пока в верхний канал структуры не будут вложены все элементы рассматриваемою каскада 2-го уровня. Вложение элементов этого каскада осуществляется последовательно, начиная с элемента, оба входа которого соединены с источниками информации. После вложения последнего элемента указанного каскада дальнейшее вложение выполняется аналогично, начиная с элемента каскада 1-го уровня, реализация которого была отложена. На рис. 6-4 приведен пример реализации формулы $f = (x_1 x_2 \vee x_3 x_4)(x_5 \vee x_6)$ в двухканальной структуре.

Произвольная ДНФ из h букв может быть реализована в канальной структуре из $h-1$ ячеек рассматриваемого типа условии, что прямые и инверсные выходы *ИИ* равнодоступны. Справедливость этого утверждения следует из того, что любая ДНФ может быть представлена обобщенным каскадом 2-го уровня.

Многоканальные структуры. 3-уровневый обобщенный каскад с h входами может быть реализован в трехканальной структуре из $h-1$ ячеек, каждая из которых может быть настроена на реализацию следующих систем функций на боковых выходах:

$$\left.\begin{array}{llll} f_1 = y_1; & f_1 = y_1; & f_1 = x; & f_1 = x * y_1; \\ f_2 = x; & f_2 = x * y_2; & f_2 = y_1 * y_2; & f_2 = y_2; \\ f_3 = y_2 * y_3; & f_3 = y_3; & f_3 = y_3; & f_3 = y_3. \end{array}\right\} \qquad (6\text{-}13)$$

На рис. 6-3, *б* приведены структурные схемы ячейки для указанных режимов настройки.

Авторами установлено, что для любого K -уровневого обобщенного каскада с h входами может быть предложена такая ячейка, что этот каскад будет реализован в K -канальной одномерной однородной структуре из $k-1$ таких ячеек. При этом элементы, принадлежащие 1-му уровню обобщенного каскада, размещаются в *К-м* канале, элементы 2-го уровня - в (*К - 1*)-м канале и т. д., вплоть до элементов уровня *К,* размещаемых в первом канале.

Число настроек такой ячейки при $K \ge 2$ удовлетворяет выражению

$$I = 2a(K-1), \qquad (6\text{-}14)$$

где а равно двум или трем в зависимости от числа двухместных операций в используемом базисе.

Общее правило выбора настроек ячеек состоит в том, что для каждой пары взаимосвязанных $(i-1)$ -го и i -го каналов выбираются настройки, характерные для двухканальной структуры:

$$\left.\begin{array}{ll} f_{i-1} = x; & f_{i-1} = y_{i-1} * x; \\ f_i = y_i * y_{i-1}; & f_i = y_i, \end{array}\right\} \qquad (6\text{-}15)$$

а в остальных каналах при этих настройках выполняется функция передачи сигнала с j -го бокового входа на j -й боковой выход.

Ниже без доказательства приводится ряд утверждений, характерных для структур рассматриваемого класса.

Число уровней в обобщенном каскаде с h входами не превосходит $[\log_2 h]$. При этом верхняя оценка числа уровней достигается в обобщенном каскаде минимальной глубины.

Для того чтобы заданную формулу реализовать в однородной структуре, имеющей минимальное число каналов, требуется: а) реализовать ее древовидной схемой максимально возможной глубины; б) выделить в построенной схеме каскады так, чтобы наибольший номер, определяющий уровень каскадов в ней, был минимален.

Произвольная формула из h букв может быть реализована в *К*-канальной структуре из $h-1$ ячеек, если выполняется неравенство $h \le 2^{k+1} - 1$, т. е. $K \le [\log_2 h]$.

Произвольная функция *п* переменных может быть реализована в однородной структуре рассматриваемого типа, число каналов в которой не превосходит *п,* а число ячеек не превосходит $3(2^{n-1} - 1)$. Справедливость этого утверждения следует из соотношения

$$h \le 3 \cdot 2^{n-1} - 2 \qquad (6\text{-}16)$$

С. В. Яблонским в работе [58].

Асимптотическая оценка числа каналов при реализации функции *п* переменных равна $[n - \log_2 \log_2 n]$, а оценка числа ячеек $-\dfrac{2^n}{\log_2 n}$. Справедливость этого утверждения следует из соотношения

$$\underset{n\to\infty}{h} = \frac{2^n}{\log_2 n}, \qquad (6\text{-}17)$$

Мученного О. Б. Лупановым в работе [29]. Система из *N* формул, суммарное число букв в правых частях равно *Н*, может быть реализована в одномерной однородной

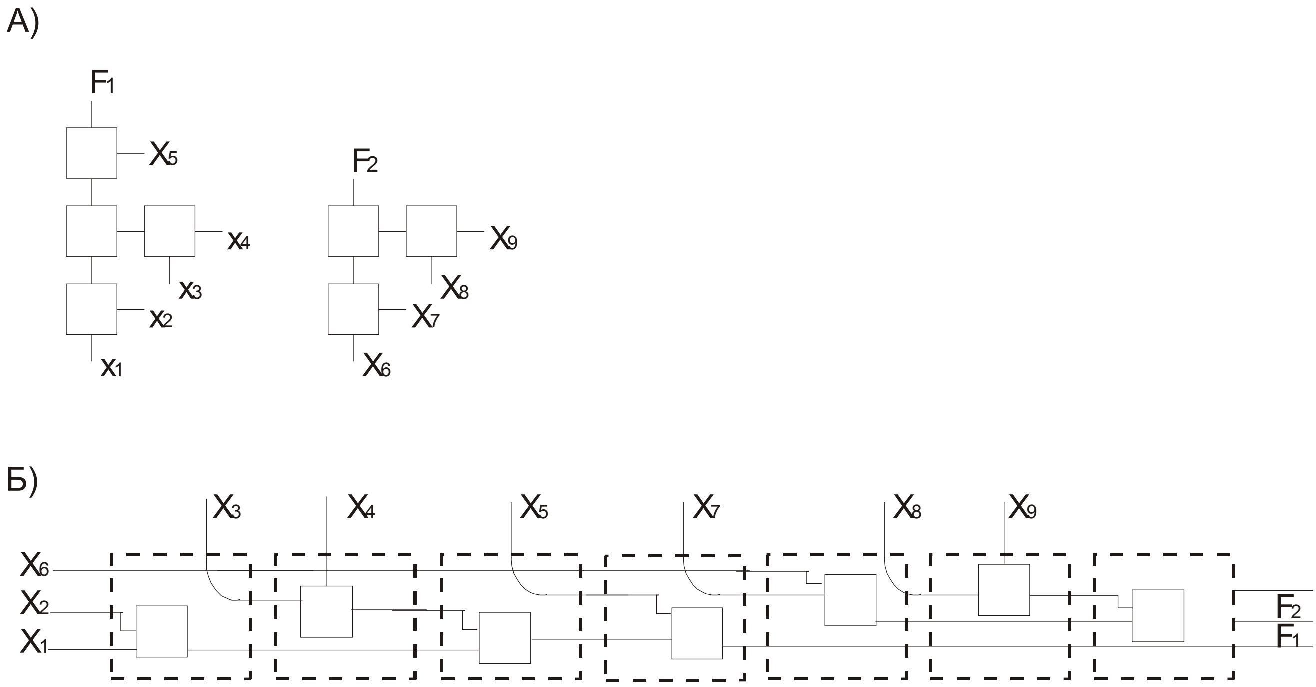

Рис. 6-5. Пример реализации системы булевых формул в трехканальной однородной структуре: *а* - обобщенные каскады, соответствующие реализуемым формулам; *б* - вложение обобщенных каскадов в однородную структуру

структуре из $H - N$ ячеек, число каналов в которой удовлетворяет соотношению

$$N \le K \le [\log_2 h_{\max}] + N - 1, \qquad (6\text{-}18)$$

где $h_{\max}$ - максимальное число букв в одной формуле системы.

На рис. 6-5 приведен пример реализации системы формул вида

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= (x_1x_2 \vee x_3x_4)x_5; \\ f_2 &= (x_6 \vee x_7)(x_8 \vee x_9) \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}19)$$

трехканальной однородной структуре.

Изложенные результаты получены в предположении, что сигналы с боковых выходов последнего элемента структуры не могут быть поданы на ее входы. Назовем такую реализацию бесповторной. Если повороты с $(K-1)$-го выхода структуры (за исключением крайнего нижнего выхода, на котором формируется результат) на се входы допустимы, то класс реализуемых формул и схем в *К*-канальных структурах расширяется. Отметим, что при выполнении указанных поворотов структура также остается комбинационной.

Если обобщенный каскад содержит не более $K-1$ каскадов $(K+1)$-го уровня, то она может быть реализована в *К*-канальной структуре с поворотами.

На рис. 6-6 приведен пример построения формулы $y = (x_1x_2 \vee x_3x_4)(x_5x_6 \vee x_7x_8)$, которая не может быть выполнена

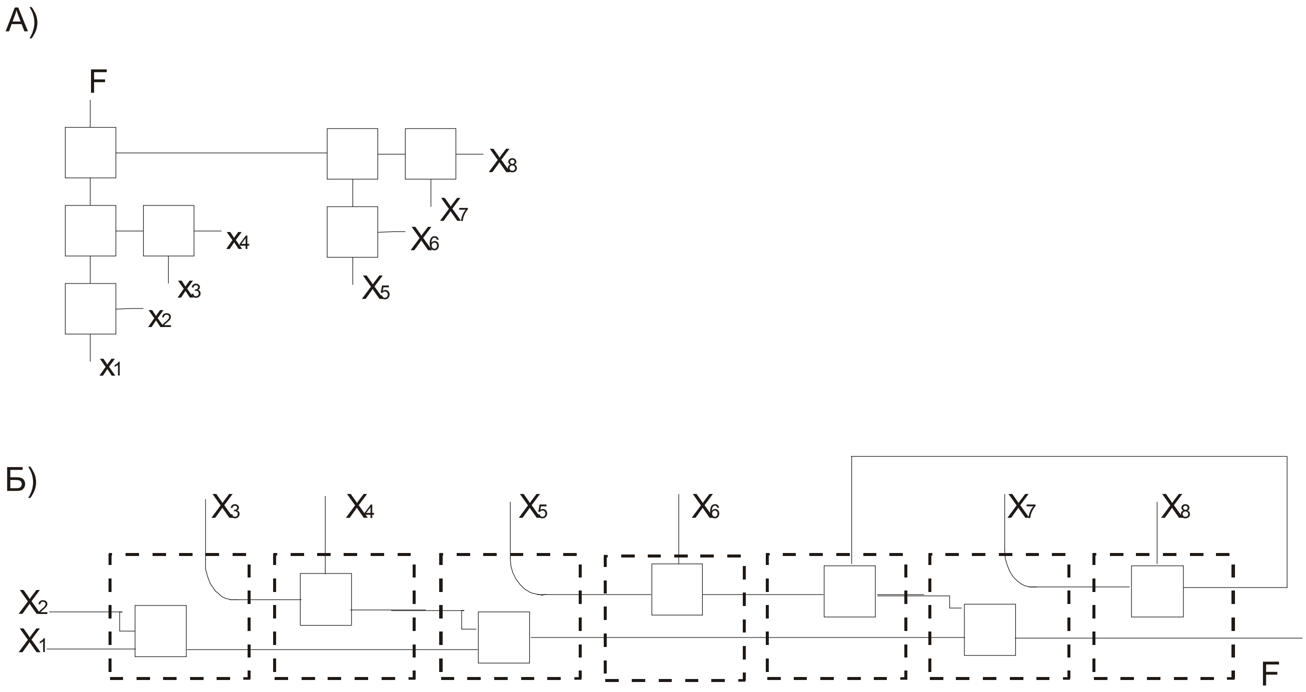

Рис. 6-6. Пример поворотной реализации булевой формулы в двухканальной структуре:
а - обобщенный каскад, соответствующий реализуемой формуле; б - вложение обобщенного каскада в однородную структуру в двухканальной структуре при бесповоротной реализации, но реализуется в этой структуре при выполнении поворотов.

При использовании реализации с поворотами изложенные выше результаты видоизменяются следующим образом:

$$h \le 2^{k+2} - 5; \qquad (6\text{-}20)$$

$$K \le [\log_2 h] - 1; \qquad (6\text{-}21)$$

$$K \le n - 1; \qquad (6\text{-}22)$$

$$K \le [n - \log_2 n \log_2 n] - 1. \qquad (6\text{-}23)$$