

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Факультет **Информационных технологий и программирования**
Направление **Прикладная математика и информатика**

Специализация **Математическое моделирование**

Академическая степень **Магистр математики**

Кафедра **Компьютерных технологий** Группа **6538**

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему

**Моделирование дорожного движения на многополосной
магистрали при помощи двумерного вероятностного
клеточного автомата с тремя состояниями**

Автор магистерской диссертации _____ **Котов А.Н.**

Научный руководитель _____ **Николенко С.И.**

Санкт-Петербург, 2008 г.

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ	6
1.1. Актуальность проблемы моделирования пробок	6
1.2. Классификация методов моделирования дорожного движения	8
1.2.1. Макромоделирование	8
1.2.2. Микромоделирование	9
1.2.3. Мезомоделирование	9
1.3. Микромодели дорожного движения	10
1.3.1. Модель оптимальной скорости	11
1.3.2. Модель Видеманна	11
1.3.3. Модель умного водителя	12
1.4. Моделирование трафика при помощи клеточных автоматов	14
1.4.1. Правило 184	16
1.5. Выводы	17
ГЛАВА 2. МОДЕЛЬ МНОГОПОЛОСНОЙ МАГИСТРАЛИ	18
2.1. Описание математической модели	18
2.1.1. Модель дорожного полотна	18
2.1.2. Возможные состояния для клетки	20
2.1.3. Состояние клеточного автомата	22
2.1.4. Динамика клеточного автомата	23
2.1.5. Правила перехода	27
2.1.6. Описание экземпляра модели	34
2.1.7. Функционалы от состояния дороги	36
2.1.8. Глоссарий	40
2.2. Базовый экземпляр модели	41

2.2.1. Базовый экземпляр модели	41
2.2.2. Базовое начальное состояние	46
2.3. Программирование модели.....	47
2.3.1. Формат файла для сохранения экземпляра модели	47
2.3.2. Формат файла для сохранения состояния модели	48
2.3.3. Архитектура программы	48
2.4. Демонстрация дорожного движения	52
2.5. Выводы.....	54
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ НА МОДЕЛИ.....	55
3.1. Задачи моделирования	55
3.2. Зависимость средней скорости движения от числа машин	56
3.3. Вопрос о парковке в крайнем правом ряду	64
3.4. Исследование влияния погоды на образование пробок	67
3.5. Направления для дальнейших исследований.....	73
3.5.1. Серия планируемых экспериментов	74
3.5.2. Ограничения модели.....	76
3.6. Выводы.....	78
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	79
ИСТОЧНИКИ.....	81

ВВЕДЕНИЕ

Проблема автомобильных пробок на дорогах крупных городов (Москва, Санкт-Петербург, Нижний Новгород, Казань и т.д.) и пригородных трасс как никогда актуальна. С каждым годом машин на дорогах городов становится все больше и больше. Проблема пробок на дорогах требует решения – чем скорее, тем лучше как для отдельного человека, чье время тратится впустую, так и для экономики страны в целом.

Однако, решение проблемы пробок, равно, как и любой другой проблемы, невозможно без ее комплексного и многофакторного изучения. Основной причиной появления дорожных заторов является превышение концентрации автомобилей над возможностями дорожной сети по их распределению. И любые предложения по улучшению дорожной ситуации, перед тем как приступить к их реализации, должны быть смоделированы на компьютере при помощи соответствующих методов.

Основными подходами, применяемыми при моделировании пробок, являются *макромоделирование*, которое изучает движение дорожного движения подобно течению частиц в гидродинамике, а также *микромоделирование*, которое рассматривает каждый автомобиль в потоке индивидуально. С момента публикации работы [1] в 1992-м году основной парадигмой построения микромоделей дорожного движения стал механизм с использованием клеточного автомата для представления состояния дорожного полотна.

В данной работе предложено расширение возможностей моделирования с использованием клеточного автомата с целью приблизить модель к той реальности, которую мы каждый день наблюдаем на городских дорогах. Есть три принципиальных отличия предложенной модели от той модели, которая описана в работе [1]:

- клеточный автомат в данной работе двумерный, а не одномерный; модель изменения состояний в клеточном автомате подобна игре «жизнь» [2];
- множество возможных состояний для каждой клетки автомата расширено за счет введения дополнительного состояния «препятствие»;
- для каждой клетки автомата при одной и той же конфигурации клеток вокруг нее, изменение ее состояния выбирается не однозначным образом, как в игре «жизнь», а с некоторой вероятностью – из возможного множества изменений состояний для данной клетки.

Таким образом, в данной работе для моделирования дорожного движения предлагается модель двумерного вероятностного клеточного автомата с тремя состояниями. Предложенная математическая модель микромоделирования реализована в виде исполняемой программы на языке *Java*. С помощью этой программы в главе 3 данной работы проведено исследование, которое позволило дать ответы целый ряд вопросов:

- Каким образом средняя скорость движения по автомагистрали зависит от концентрации автомобилей на ней?
- В какой степени припаркованные в правом ряду автомобили уменьшают среднюю скорость движения на дороге?
- При какой вероятности дорожно-транспортного происшествия (ДТП) на автомагистрали движение на ней перестает быть свободным?

Перед тем как применять какие-либо практические меры к улучшению дорожной ситуации, такие как запрет парковаться в правом ряду, должно быть обеспечено численное моделирование возможных улучшений. В этом аспекте предложенная модель дорожного движения окажется реально полезной.

ГЛАВА 1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

1.1. Актуальность проблемы моделирования пробок

Уже на протяжении нескольких лет все серьезнее встает проблема большого количества автотранспорта в городе, крупных «пробок» на дорогах и, как следствие, серьезных экономических и временных затрат. Причин подобного явления несколько:

- большое число «автолюбителей» – людей использующих частный автотранспорт для перемещения по городу;
- концентрация деловых центров (крупных офисов, бизнес-центров) в исторических центрах городов, обусловленное соображениями престижа;
- концентрация индустриальных зон (склады, заводы, промышленные базы) в черте города, между историческим центром и «спальными» районами, сложившаяся естественным образом в процессе расширения города – дороги нагружаются грузовым транспортом;
- небольшая пропускная способность магистралей, в основном в исторических центрах городов, обусловленная узкими магистралями, плохим дорожным покрытием, нетривиальными схемами проезда;
- неоптимальность дорожной разметки, знаков, режима работы светофоров;
- неопытность водителей: согласно разработанной командой европейских математиков теории, дорожный затор может образоваться из-за резкого торможения и связанных с ним особенностей человеческого восприятия [3].

Для решения подобных проблем в различных источниках независимыми обозревателями и аналитиками предлагаются различные мероприятия, направленные на различные сферы жизни общества [4–7]:

- усовершенствование дорог и перекрестков: многоуровневые развязки, выделенные полосы под общественный транспорт, полосы с переменным направлением, отрезающие светофоры;
- различного рода ограничения, направленные на сокращение количества автомобилей: взимание платы за въезд, ограничение стоянок, ограничение въезда;
- пропаганда альтернативных средств перемещения: велосипедов, мотороллеров, мотоциклов.

Разумеется, большинство этих мер не пользуется популярностью, поскольку вынуждает водителей отказаться от комфортной (а главное — своей!) машины в пользу общественного транспорта или объективно более опасного двухколесного средства передвижения. В качестве полумеры водители пытаются объезжать пробки по маленьким улочкам, что, в свою очередь, вызывает лишь «расползание» пробки. Иногда, впрочем, встречаются полумеры другого плана: москвичи предлагают меняться между собой работами для того, чтобы избежать лишних перемещений по городу. Там же предлагают найти попутчика от дома до работы для того, чтобы по возможности разгрузить общественный транспорт или автомагистраль [5].

Не менее важную роль в решении проблемы пробок играет и численное моделирование дорожного движения. Результаты, получаемые в ходе моделирования, могут иметь решающее значение при принятии тех или иных решений, которые касаются планирования дорожной сети в городе, установки дорожных знаков, введения новых правил, регламентирующих парковку или въезд в центр города и так далее. Моделирование пробок помогает не только отыскать наиболее оптимальный путь решения проблемы, но и убедить людей, которые отвечают за ситуацию на дорогах, в необходимости действовать.

1.2. Классификация методов моделирования дорожного движения

Законы автомобильного движения сложны и нелинейны, поскольку зависят от взаимодействия большого количества автомобилей. Более того, автомобили взаимодействуют не только по простым законам механики, но также по реакции водителей. Фактически, наблюдается феномен образования кластеров и волн распределения плотности автомобильного потока, распространяющихся как в прямом, так и в обратном направлениях. Также анализ результатов экспериментов затруднен большими флуктуациями в измеряемых величинах, например, в средней скорости автомобилей.

Анализ автомобильного трафика также затрудняется из-за формы кривой скорости, описываемой как «боковая парабола». Как только суммарное число автомобилей на выделенном участке дороги достигает плотности, выходящей за оптимальную, трафик становится нестабильным. В такой ситуации любой мелкий инцидент может повлечь срыв потока, выражающийся в постоянных чередующихся этапах «остановка-движение».

Исходя из этого, выделяют три группы способов моделирования автомобильного трафика, которые основаны на трех основных методах наблюдения в физике.

1.2.1. Макромоделирование

Макромоделирование [15] — тип моделирования, основывающийся на применении к автомобильному трафику законов гидродинамики, по аналогии с жидкостью в трубе. Как следствие, такой тип моделирования выражается в написании систем дифференциальных уравнений в частных производных, сформулированных относительно интересующих величин — например, плотности потока автомобилей или их средней скорости. Симуляция дорожного движения и наблюдения в реальном времени показали, что в плотном, но

свободном трафике пробки могут возникать спонтанно, зачастую из-за малозначимых событий (так называемый «эффект бабочки»), в частности, из-за резкого торможения единственного водителя. Такую ситуацию часто сравнивают с внезапным замерзанием переохлажденной жидкости [13]. Впрочем, в отличие от жидкости, автомобильный трафик подвержен влиянию сигналов (знаки, светофоры) и других событий (особенно на развязках), которые периодически затрагивают движение. Модели матриц энтропии учитывают этот эффект, группируя транспорт и добавляя случайную составляющую к шаблонам движения трафика на отдельных участках дорожной сети.

1.2.2. Микро моделирование

Микро моделирование [16] — каждый автомобиль представляется индивидуально, и потому для каждого автомобиля решается уравнение (обычно простое дифференциальное). Сила микро моделирования в возможности представления перегруженных дорожных сетей, поскольку микро моделирование позволяет симулировать очереди. Модели, применяемые в микро моделировании, позволяют получать результаты даже при высокой насыщенности потока, вплоть до пробки. Эта способность делает данный тип моделирования исключительно полезным для анализа дорожной обстановки в городских зонах и центрах городов, включая развязки, регулируемые и нерегулируемые светофоры и площади. Микро моделирование также отражает относительно небольшие изменения в физической среде, такие как уменьшение числа полос или внезапные случайно возникающие остановки.

1.2.3. Мезо моделирование

Кинетическое (мезо-) моделирование [14] — третий способ моделирования, находящийся между первыми двумя. Предлагается определить функцию $f(t, x, V)$,

которая выражает вероятность нахождения автомобиля, движущегося со скоростью V , во время t в точке x . Далее эта функция может быть вычислена с использованием методов статистической механики – решением интегро-дифференциального уравнения, например, уравнения Больцмана. Мезомоделирование позволяет моделировать дорожную сеть и движение автомобилей с почти таким же уровнем детализации, как и микромоделирование. Впрочем, поскольку поведение водителя несколько упрощается и динамика движения автомобиля определяется макроскопическими вычислениями (например, ограничением количества автомобилей на участке дороги), то становится возможным моделировать большие зоны и перемещать большее количество автомобилей, чем при помощи микромоделирования. Используя мезомоделирование, можно предоставить результаты того же уровня точности, что и при микромоделировании, при этом как выиграв в скорости моделирования, так и уменьшив необходимые ресурсы и упростив само моделирование.

1.3. Микромодели дорожного движения

Существует несколько способов микромоделирования дорожного трафика, разделенных на два больших класса – модели, следящие за автомобилем и модели на клеточных автоматах. Модели на клеточных автоматах подробно рассмотрены в разд. 1.4.

В моделях, следящих за автомобилем (также называемых временно-непрерывными моделями), все автомобили описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, включающими в себе полную динамику положения автомобиля x_a и скорости v_a . Предполагается, что действия каждого водителя ограничены его скоростью v_a , расстоянием сети (от бампера до бампера) $s_a = x_{a-1} - x_a - l_{a-1}$ до находящегося впереди автомобиля $a - 1$ (l_{a-1} определяет длину автомобиля), и скоростью v_{a-1} находящегося впереди автомобиля. Уравнение

движения каждого автомобиля характеризуется функцией ускорения, зависящей от действий водителя:

$$\ddot{x}_a(t) = \dot{v}_a(t) = F(v_a(t), s_a(t), v_{a-1}(t)).$$

Вообще, поведение водителя автомобиля a зависит не только от находящегося непосредственно впереди него $a - 1$, но и от $n \times a$ автомобилей вблизи. В этой более обобщенной форме уравнение движения будет выглядеть так:

$$\dot{v}_a(t) = F(x_a(t), v_a(t), x_{a-1}(t), v_{a-1}(t), \dots, x_{a-n_a}(t), v_{a-n_a}(t)).$$

Теперь рассмотрим наиболее распространенные примеры таких моделей.

1.3.1. Модель оптимальной скорости

Модель Оптимальной Скорости [17, 18] – предполагается, что машина сохраняет максимальную скорость, пока есть запас расстояния до предыдущей машины, и машина старается выбрать оптимальную скорость по расстоянию до предыдущей машины, когда расстояние меньше запаса. Также встречаются ее улучшения, например, модель с разделенными ускорением и торможением [19].

1.3.2. Модель Видеманна

Модель Видеманна [20] — предполагается, что водитель может находиться в одном из четырех состояний:

- **Свободное движение** — водитель старается достичь и придерживаться своей предпочитаемой скорости. Влияние предыдущих автомобилей отсутствует. В реальности скорость не может поддерживаться постоянной, и колеблется около желаемой скорости из-за несовершенства управления педали газа.
- **Приближение** — процесс адаптации скорости водителя к более низкой

скорости идущего впереди автомобиля. Приближаясь, водитель нажимает на тормоз так, чтобы разница в скорости двух автомобилей стала равна нулю к моменту, когда он приблизится к впереди идущему автомобилю на безопасное для себя расстояние.

- **Следование** — водитель следует за идущим впереди автомобилем без ускорения или торможения, поддерживая безопасную дистанцию более-менее постоянной. Опять же, из-за несовершенства органов управления разница в скорости колеблется около нуля, но самому нулю не равна.
- **Торможение** — применение среднего или сильного торможения, если дистанция между автомобилями становится меньше безопасной дистанции. Такое может произойти, если скорость идущего впереди автомобиля резко изменилась, или если третья машина перестраивается перед водителем.

Для каждого режима ускорение описывается как результат скорости, разницы скоростей и индивидуальных характеристик водителя и автомобиля. Водитель переключается из одного состояния в другое тогда, когда он достигает определенного барьера, могущего быть описанным как комбинация разницы скоростей и расстояния. Например, небольшая разница в скорости может допускаться только на малых расстояниях, в то время как большие разницы скоростей заставляют приближающихся водителей реагировать намного раньше. Способность оценить разницу скоростей и расстояние среди водителей меняется, так же как и желаемая скорость движения и безопасное расстояние. Из-за комбинации психологических аспектов физиологических ограничений эту модель также называют психофизиологической моделью следования.

1.3.3. Модель умного водителя

Модель Умного Водителя [22] — для автомобиля a описывает его положение

в момент времени t и скорости v_a описывает величина x_a . Далее, величина l_a задает длину автомобиля. Для простоты записи определим размер ячейки как

$$s_a = x_{a-1} - x_a - l_{a-1},$$

где $a - 1$ относится к автомобилю непосредственно перед автомобилем a , а разность скоростей (скорость приближения) – как $\Delta v_a = v_a - v_{a-1}$. Движения автомобиля a в этом случае могут быть описаны при помощи двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_a = \frac{dx_a}{dt} = v_a ;$$

$$\dot{v}_a = \frac{dv_a}{dt} = a \cdot \left(1 - \left(\frac{v_a}{v_0} \right)^\delta - \left(\frac{S(v_a, \Delta v_a)}{s_a} \right)^2 \right),$$

где $S(v_a, \Delta v_a) = s_0 + v_a \cdot T + \frac{v_a \cdot \Delta v_a}{2 \cdot \sqrt{d \cdot b}}$,

причем v_0 , s_0 , T , d , и b являются параметрами модели со следующими значениями:

- v_0 – желаемая скорость (та скорость, с которой автомобиль перемещался бы в свободном потоке);
- s_0 – минимальное расстояние между автомобилями, которое сохраняется даже в пробке;
- T – время движения с данной скоростью до столкновения с предыдущим автомобилем;
- d – ускорение;
- b – комфортное ускорение торможения

Значение экспоненты δ обычно принимают равным четырем.

Ускорение автомобиля a на дороге в этом случае может быть представлено двумя фазами – ускорением на свободной дороге \dot{v}_a^{free} и ускорением при

взаимодействии (при наличии находящегося впереди автомобиля) \dot{v}_a^{inter} :

$$\dot{v}_a^{free} = a \cdot \left(1 - \left(\frac{v_a}{v_0} \right)^\delta \right);$$

$$\dot{v}_a^{inter} = -a \cdot \left(\frac{S(v_a, \Delta v_a)}{s_a} \right)^2 = -a \cdot \left(\frac{s_0 + v_a \cdot T}{s_a} + \frac{v_a \cdot \Delta v_a}{2 \cdot s_a \cdot \sqrt{d \cdot b}} \right)^2.$$

Поведение на свободной дороге характеризуется следующим: расстояние до ближайшей машины s_a велико и ускорение автомобиля находится в большей зависимости от составляющей при свободной дороге \dot{v}_a^{free} , которая примерно равна a для небольших скоростей и стремится к 0 по мере приближения v_a к v_0 . Поэтому один автомобиль на пустой дороге будет асимптотически стремиться к v_0 .

Поведение на загруженной дороге характеризуется следующим: для большой разности скоростей ускорение при взаимодействии \dot{v}_a^{inter} определяется выражением $-a \cdot (v_a \cdot \Delta v_a)^2 / (2 \cdot s_a \cdot \sqrt{d \cdot b}) = -(v_a \cdot \Delta v_a)^2 / (4 \cdot b \cdot s_a^2)$, что приводит к компенсации разности скоростей за счет торможения, не намного большего b .

Поведение на малых дистанциях: для незначительных разностей скоростей и малых дистанций, ускорение при взаимодействии \dot{v}_a^{inter} примерно равно $-a \cdot (s_0 + v_a \cdot T)^2 / s_a^2$, что показывает простую отталкивающую силу, достаточную для того чтобы небольшое расстояние между автомобилями увеличилось до желаемого s_0 .

1.4. Моделирование траффика при помощи клеточных автоматов

В моделях, основывающихся на клеточных автоматах, обычно используются

целые числа для описания динамических свойств систем. Дорога делится на секции определенной длины Δx , а время — дискретизируется на шаги по Δt . Каждый кусок дороги может быть либо занят автомобилем, либо пуст. Динамика задается в форме правил:

$$v_a^{t+1} = f(s_a^t, v_a^t, v_{a-1}^t \dots);$$

$$x_a^{t+1} = x_a^t + v_a^{t+1} \cdot \Delta t.$$

Время моделирования t измеряется в единицах Δt , а положения автомобиля x_a — в единицах Δx .

Временная шкала обычно задается согласно реакции человека, $\Delta t = 1 \text{сек}$. При постоянной Δt , длина дороги определяет гранулярность модели. В полной пробке, среднее расстояние, занимаемое автомобилем, составляет около 7,5 метров. Приравнение Δx этому значению приводит к тому, что один автомобиль всегда занимает одну клетку, а скорость 5 клеток в секунду соответствует $5 \cdot \Delta x / \Delta t = 135 \text{км/час}$, максимальной скорости с которой предполагает ехать водитель. Впрочем, в такой модели минимально возможное ускорение составит $5 \cdot \Delta x / \Delta t^2 = 7,5 \text{м/с}^2$, что абсолютно нереально. Поэтому, многие современные модели на клеточных автоматах используют более мелкую дискретизацию, например $\Delta x = 1,5 \text{м}$. Это приводит к минимально возможному ускорению $1,5 \text{м/с}^2$.

Хотя модели на клеточных автоматах уступают в точности временно-непрерывным моделям, они все же способны воспроизвести большое количество дорожных ситуаций. Из-за простоты моделей, численно они наиболее эффективны и могут использоваться для моделирования больших дорожных сетей в реальном времени и даже быстрее.

Рассмотрим основную модель на клеточном автомате под названием «Правило 184» [23].

1.4.1. Правило 184

Правило 184 может быть использовано как простая модель для дорожного потока на одной полосе дороги, и представляет собой базу для большого числа усложненных моделей дорожного движения на клеточных автоматах. В данной модели частицы (представляющие автомобили) перемещаются в одном направлении, останавливаясь и проезжая в зависимости от машин рядом с ними. Число частиц остается неизменным на всем протяжении моделирования. Из-за такого применения *Правило 184* называется «Правилом трафика».

На каждом шаге автомат *Правила 184* применяет к массиву ячеек определенный закон для определения нового состояния: 111 – *11; 110 – *11; 101 – *10; 100 – *10; 011 – *01; 010 – *01; 001 – *00; 000 – *00, который для центральной ячейки может быть записан следующим образом:

Текущий шаблон	111	110	101	100	011	010	001	000
Новое состояние	1	0	1	1	1	0	0	0

Если интерпретировать каждую ячейку, содержащую единицу, как частицу, эти частицы ведут себя во многом сходным с находящимися на одной полосе автомобилями образом: они перемещаются слева направо с постоянной скоростью, если перед ними существует открытое пространство (ноль в клетке справа) и останавливаются на один, если справа от него пространство отсутствует (единица в клетке справа). Модели дорожного движения наподобие *Правила 184* дискретизируют, как пространство, так и время. Поэтому называются моделями со скачущими частицами. Несмотря на свою примитивность, *Правило 184*

демонстрирует некоторые типичные свойства реального трафика: кластеры свободно движущихся автомобилей, разделенные открытыми участками дороги, когда трафик слабый, и волны «остановился-поехал» когда трафик нагруженный.

1.5. Выводы

Автомобильные пробки ежегодно приносят огромные убытки экономике крупных городов, таких как Москва и Санкт-Петербург. Для борьбы с пробками предлагаются различные меры, такие как ограничение въезда или запрет на парковку. Для того чтобы оценить возможную эффективность той или иной меры, необходимо провести математическое моделирование. Все модели дорожного движения можно разбить на два больших класса: макромоделли и микромоделли. Макромоделли рассматривают граф автомобильных дорог в целом, оперируя терминами из гидродинамики, такими как «поток». Микромоделли рассматривают движение автомобилей на небольшом участке автодороги и измеряют те эффекты, которые суммируют влияние каждого индивидуального автомобиля на дорожную обстановку. В 1992-м году в работе [1] впервые было предложено провести микромоделирование на участке автодороги при помощи клеточных автоматов. Клеточные автоматы являются перспективным направлением для научных исследований. Поэтому различные модели на основе клеточных автоматов в настоящий момент активно развиваются.

ГЛАВА 2. МОДЕЛЬ МНОГОПОЛОСНОЙ МАГИСТРАЛИ

2.1. Описание математической модели

Для построения модели многополосной автомагистрали предлагается использовать двумерный вероятностный клеточный автомат. Описание математической модели на основе клеточного автомата будет состоять из следующих основных частей:

- описание модели дорожного полотна (карты клеточного автомата);
- описание возможных состояний каждой клетки;
- нотация для записи состояния клеточного автомата;
- описание динамики клеточного автомата;
- описание правил перехода;
- описание условий задания конкретной модели дорожного движения;
- функционалы от состояния модели;
- глоссарий.

2.1.1. Модель дорожного полотна

При моделировании дорожного движения с помощью клеточных автоматов в качестве модели дорожного полотна используется прямоугольная сетка размера $m \times n$, состоящая из клеток. При этом в определенные моменты времени каждая из клеток может находиться в одном из состояний, которые входят в определение конкретного клеточного автомата. Соответственно, исчерпывающее математическое описание каждой клетки в данной модели представляет собой вектор из четырех переменных: $((y, x), s, t)$, где:

- y – целое число, которое может принимать значение от 1 до m , описывает номер конкретной полосы автомагистрали;

- x – целое число, которое может принимать значение от 1 до n , описывает текущую координату клетки вдоль направления автомобильного движения;
- s – описывает состояние конкретной клетки в клеточном автомате;
- t – описывает конкретный момент времени с начала моделирования.

В предлагаемой модели оси x и y прямоугольной сетки имеют выраженные логические различия. Ось x моделирует направление автомагистрали, по которому движутся автомобили, в то время как ось y моделирует автомагистраль по ширине, от крайней правой полосы ($y = 1$) – и до крайней левой полосы ($y = m$). Будем считать, что в заданный момент времени каждый конкретный автомобиль может находиться в одной и только в одной клетке модели. Поэтому горизонтальный и вертикальный масштабы дорожного полотна могут не совпадать. Размер одной клетки по оси x должен коррелировать с длиной среднего автомобиля, которую условно можно считать равной четырем метрам. В то время как размер одной клетки по оси y должен соответствовать средней ширине полосы автомагистрали, этот размер условно можно считать равным трем метрам.

Для удобства, договоримся считать, что в рассматриваемой модели дорожного полотна автомобили будут двигаться слева направо вдоль оси x . Поэтому начало отсчета координат клеточного автомата будет располагаться в левом верхнем углу. Левый верхний угол соответствует начальной точке движения в крайней левой полосе автомагистрали и имеет координаты $(1, 1)$ по обеим осям. Левый нижний угол соответствует начальной точке движения в крайней правой полосе автомагистрали, поэтому он имеет координаты $(m, 1)$ – со значением один по оси x и значением m по оси y . Правый нижний угол соответствует окончанию автомагистрали в крайней правой полосе, а правый верхний угол – ее окончанию в крайней левой полосе. Правый нижний угол и правый верхний угол клеточного автомата имеют координаты (n, m) и $(n, 1)$ соответственно. Данная схема разметки дорожного полотна в виде прямоугольной

сетки проиллюстрирована на рис. 1.

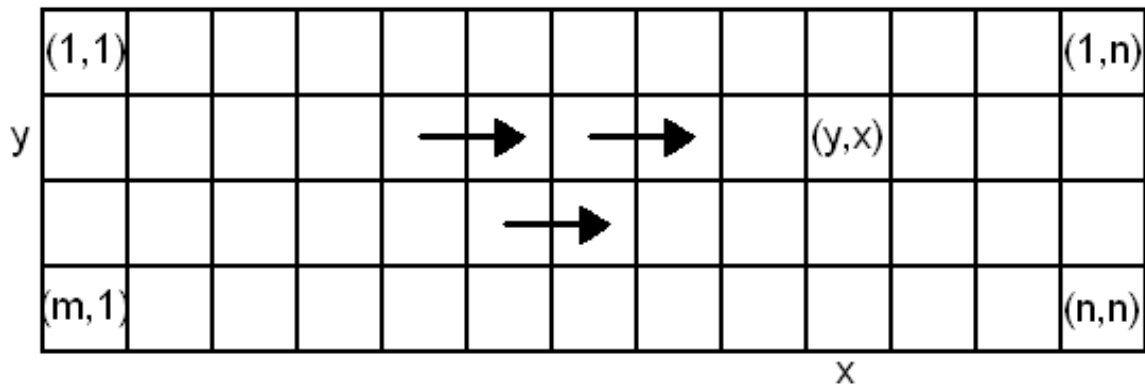


Рис. 1. Схема разметки дорожного полотна

Участок автомагистрали, который моделируется, типичен для Москвы и встречается в Санкт-Петербурге. В качестве числа n , определяющего длину участка, предлагается выбрать число порядка тридцати. Это соответствует среднему участку от перекрестка до перекрестка (порядка ста метров). В качестве числа m , определяющего число полос, предлагается взять 3, 4 или 5. Во-первых, такое число полос коррелирует с реальной ситуацией на автодорогах. Во-вторых, при таком числе полос роль краевых эффектов, которые могут быть прекрасно смоделированы на клеточном автомате, все еще достаточно велика. Например, нельзя перестроиться из ряда m в ряд $m + 1$, то есть из крайнего правого ряда на тротуар. Таким образом, такая модель позволит обеспечить имитацию, как общих закономерностей широких магистралей, так и моделирование краевых эффектов на автодороге. В дальнейшем под стандартным участком автомагистрали мы будем подразумевать модель дорожного полотна с размером 4×30 клеток, что примерно соответствует четырехполосному участку Невского проспекта от Фонтанки до Садовой улицы.

2.1.2. Возможные состояния для клетки

В предлагаемой модели множество допустимых состояний для каждой

клетки автомата в конкретный момент времени представлено тремя следующими состояниями:

- **0** – участок дорожного полотна, соответствующий данной клетке, свободен; если слева от этой клетки присутствует автомобиль, то он может оказаться в данной клетке в один из следующих моментов времени, и клетка перейдет из состояния **0** в состояние **1**;
- **1** – участок дорожного полотна, соответствующий данной клетке, занят автомобилем, который перемещается по автомагистрали. Это может быть либо движущийся автомобиль, в таком случае в следующий момент времени он переместится в одну из более правых клеток, либо это может быть автомобиль, который стоит перед светофором или в пробке с включенным двигателем, и который готов в любой момент поехать;
- **2** – участок дорожного полотна, соответствующий данной клетке, занят и недоступен для проезда по нему движущимися автомобилями. Многие клетки в крайнем правом ряду могут находиться в этом состоянии, что физически соответствует припаркованным автомобилям. Кроме того, некоторые клетки во втором справа ряду также могут находиться в таком состоянии, символизируя автомобили, припаркованные во втором ряду с включенным сигналом аварийной сигнализации. Возможны случаи, когда в таком состоянии находятся клетки и в более левых рядах – либо это препятствие на дороге, либо два столкнувшихся друг с другом автомобиля, которые ожидают приезда сотрудников ГАИ для оформления ДТП.

В опубликованных к настоящему времени моделях дорожного движения на основе клеточных автоматов используется множество из двух состояний (**0** и **1**) для каждой конкретной клетки [1, 24–28]. Введение в модель состояния **2** является одной из наиболее выдающихся особенностей предлагаемой модели и позволяет моделировать ситуации, более близкие к тому, что жители крупных

российских городов ежедневно могут наблюдать на своих улицах. Наличие в модели этого состояния дает возможность изучать такие вопросы, как запрещение парковки в правом ряду автомагистрали, или исследовать зависимость средней скорости на участке автострады от вероятности ДТП на нем. В то же время, введение бóльшего числа состояний в модель не принесло бы существенной пользы, но осложнило бы построение правил перехода из состояния в состояние.

Таким образом, компонента s в векторе $((y, x), s, t)$, который описывает состояние конкретной клетки клеточного автомата, может принимать одно из трех целочисленных значений: **0**, **1** или **2**.

2.1.3. Состояние клеточного автомата

Существует несколько способов описать состояние клеточного автомата в рамках данной модели в любой конкретный момент времени t . При основном способе записи состояния автомата будем считать клеточный автомат совокупностью его клеток – совокупностью из $m \times n$ векторов вида $((y, x), s, t)$.

Конкретный список, соответствующий модели в заданный момент времени, например, может быть записан следующим образом:

$$\mathbf{A}: (((1, 1), s_{1,1}, t), \dots, ((m, n), s_{m,n}, t)).$$

Можно сократить подобную запись путем вынесения общего компонента времени t за пределы списка. В этом случае клеточный автомат будет описываться подобной неоднородной структурой $\mathbf{A}: (t, (((1, 1), s_{1,1}), \dots, ((m, n), s_{m,n})))$. Если считать компоненту S двумерным массивом состояний клеток автомата, который хранит в себе значения от $s_{1,1}$ до $s_{m,n}$, то клеточный автомат можно описать структурой вида $\mathbf{A}: (t, S_{[m \times n]})$. Именно в таком виде автомат разумно хранить в памяти компьютера при реализации данной математической

модели.

Из такого описания становится видно, что в множестве возможных значений для матрицы состояния дорожного полотна $S_{[m \times n]}$ в любой конкретный момент времени содержится ровно $3^{m \times n}$ элементов.

Приведем список основных функционалов от матрицы состояния дорожного полотна, которые позволяют даже по такой статической картине клеточного автомата многое рассказать о движении на такой автомагистрали:

- $cars = \text{COUNT}(S \mid S_{y,x} = \mathbf{1})$: этот функционал описывает число движущихся автомобилей в модели в конкретный момент времени;
- $cells = \text{COUNT}(S \mid S_{y,x} \leq \mathbf{1})$: показывает, сколько клеток автомагистрали открыты для движения;
- $d = cars / cells$: показывает среднюю плотность автомобилей на открытых для движения участках;
- $park = \text{COUNT}(S \mid S_{1,x} = \mathbf{2}) / n$: описывает долю припаркованных в крайнем правом ряду автомобилей;
- $stay = \text{COUNT}(S \mid S_{y,x} = \mathbf{1}; S_{y,x+1} = \mathbf{1}) / cars$: показывает долю машин, которые находятся в состоянии плотного движения.

2.1.4. Динамика клеточного автомата

Время в нашей модели моделируется дискретно и измеряется в количестве шагов (итераций), в течение каждого из которых автомат изменяет свое состояние. В начальный момент времени отсчет количества шагов $t = 0$, в следующий момент времени, когда автомат изменяет свое состояние, величина t становится равна единице и т. д. Пусть в момент времени t клеточный автомат, моделирующий дорожное движение, находится в состоянии \mathbf{A} : $(t, S_{[m \times n]})$. Тогда при переходе к моменту времени $t + 1$ происходит изменение матрицы состояний

дорожного полотна в соответствии с правилами перехода, которые задают конфигурацию клеточного автомата, а сам клеточный автомат в этот момент времени описывается уже так: $\mathbf{A}: (t + 1, S'_{[m \times n]})$, где $S'_{[m \times n]}$ – это измененная матрица состояний дорожного полотна.

Будем обозначать функцию, которая преобразует набор из $m \times n$ элементов дискретного пространства $[0..2]$ в другой набор $m \times n$ элементов этого пространства в соответствии с правилами перехода, заданными конфигурацией клеточного автомата, как функцию $F: S_{[m \times n]} \rightarrow S'_{[m \times n]}$. Важно отметить, что результат выполнения функции F зависит только от текущей матрицы состояний, и никаким образом не зависит от того, на каком шаге данная функция применяется – это является одной из ключевых особенностей клеточных автоматов.

Таким образом, состояние дорожного полотна в момент времени t можно выразить при помощи функции F , примененной t раз к его начальному состоянию: $\mathbf{A}: (t, S_{[m \times n]}) = \mathbf{A}: (0, F \circ F \circ \dots \circ F(S_{[m \times n]}))$. В теории функций общего вида известна [29] гипотеза о том, что в результате последовательного применения одной и той же функции к точке из некоторого сложного пространства, возможно возникновение одного из трех сценариев:

1. Последовательность точек сходится к некоторому аттрактору. На практике это означает, что, начиная с некоторого шага, картина движения автомобилей по автомагистрали практически перестанет изменяться. Например, все машины встанут в одной большой пробке, или же на автомагистрали совсем не останется машин.
2. Последовательность точек начинает циклически повторяться: что на сотом, что на тысячном, что на десятитысячном шаге значения основных функционалов, естественным образом возникающих в данной модели, не

будут существенно различаться. Такая ситуация бывает, например, при равномерном движении среднего числа автомобилей по дороге.

3. Последовательность точек хаотически гуляет по аттрактору иррациональной конфигурации. Примеры таких функций обычно приводят в книгах по теории фракталов [30] и теории хаоса [31], однако в рамках исследуемой модели требуется очень и очень постараться, для того чтобы задать функцию F именно такого вида, которая преобразовывала бы состояние дорожного полотна.

Первая особенность рассматриваемой модели клеточного автомата заключается в наличии у клеток возможности принимать третье состояние – она была рассмотрена выше. Вторая отличительная особенность данной модели от других работ заключается в том, что функция F носит вероятностный характер. Это позволяет моделировать такие, естественным образом возникающие на автодорогах вещи, как риск возникновения ДТП, желание припарковаться здесь и сейчас, наконец, простое житейское замечание «то густо, то пусто». Однако, вследствие этого, нельзя утверждать, что функция F задает однозначное преобразование состояния дорожного полотна. В общем случае, утверждение $F(S_{[m \times n]}) = F(S_{[m \times n]})$ является неверным. Отсюда вытекает ряд важных следствий. Первое следствие заключается в том что, запустив автомат два раза в результате моделирования после t шагов для одной и той же начальной конфигурации клеточного автомата, скорее всего, будет получено разные матрицы состояний, описывающих дорожное полотно. Тем не менее, значения основных функционалов, характеризующих дорожное движение, в обоих случаях должны получиться близкими друг к другу. Второе следствие из вероятностного характера функции F заключается в том, что те рассуждения, которые были рассмотрены выше по отношению к последовательному итерированию функции общего вида, не совсем верны. Несмотря на это, можно высказать еще одну

гипотезу относительно процесса моделирования. Можно предположить, что в результате последовательного применения вероятностной функции F к начальному состоянию автомата $S_{[m \times n]}$ должен существовать шаг t_0 , начиная с которого значения основных функционалов модели либо сходятся к некоторому значению, либо начинают образовывать последовательность, которая с точностью до вероятностного разброса сколь угодно близко будет сходиться к некоторой последовательности-аттрактору. Корректная математическая формализация данного утверждения с предоставлением всех необходимых доказательств может стать достойной и совершенно отдельной исследовательской работой, для нас же важно то, что это будет иметь практическое применение к описанию динамики поведения нашей модели.

Из приведенной гипотезы следует, что с момента начала итерирования функции F , весь процесс последовательного изменения состояний автомата можно разбить на два этапа:

1. $0 \leq t \leq t_0$: этап становления дорожного движения. Этап, во время которого характер дорожного движения изменяется – это может быть, например, этап образования пробки в силу постоянно увеличивающегося числа машин, либо же наоборот, этап ее рассасывания.
2. $t > t_0$: этап устойчивого дорожного движения. Не важно, пробка ли это, равномерное движение, или же движение волнами, важно, что модель способна дать адекватное описание того, что примерно будет происходить на автодороге, для любого t , сколь угодно сильно отличающегося от t_0 в бóльшую сторону.

Таким образом, в список задач, которые могут быть поставлены перед моделью, можно как минимум внести следующие вопросы:

1. Верна ли гипотеза о существовании шага t_0 ?

2. Как запущенная модель может определить шаг t_0 осуществления перехода от этапа становления к этапу устойчивого движения?

2.1.5. Правила перехода

Перед тем, как переходить к описанию нотации для правил перехода из состояния в состояние каждой клетки, сделаем необходимые замечания касательно всех трех состояний.

- Состояние **0**: клетка в этом состоянии может изменить свое состояние только на состояние **1**, в случае если конкретный автомобиль переместился на пустое пространство данной клетки.
- Состояние **1**: в зависимости от различных условий движущийся автомобиль либо освобождает клетку, занимая при этом одну из трех клеток, соседних справа и при этом свободных, в этом случае между двумя соседними клетками происходит обмен состояниями, либо с небольшой вероятностью переходит в состояние **2** (паркуется, инициирует ДТП или становится участником ДТП).
- Состояние **2**: клетка остается в этом состоянии до конца прогона модели. Мы будем считать, что число клеток в состоянии **2** на дорожном полотне не может уменьшаться с увеличением числа шагов.

Принимая во внимание данные замечания, можно сделать вывод, что для описания функции F , которая изменяет матрицу состояний дорожного полотна, достаточно ограничиться рассмотрением изменений конфигурации движущихся автомобилей. Приведем иерархию таких изменений конфигурации в модели:

- появление новых движущихся автомобилей в левом столбце прямоугольной сетки;
- изменение уже движущихся автомобилей:
 - переход из состояния **1** в состояние **2**:

- переход в такое состояние в качестве жертвы ДТП;
- переход в такое состояние в качестве виновника ДТП, с инициированием такого перехода у жертвы;
- спонтанный переход в состояние **2** (двигатель сломался, или решил припарковался);
- продолжение работы с включенным двигателем;

Данная иерархия изменений состояния автомобилей может быть учтена в математической модели при помощи двух правил, соответствующих верхнему уровню иерархии.

В соответствии с правилом 1, определяется вероятность p_n , определяющая возможность появления на каждом новом шаге нового автомобиля в состоянии **1** для каждой свободной клетки из левого ряда. Более формально, для всех клеток с координатами $(y, 1)$ таких, что $s_{y,1} = \mathbf{0}$, происходит генерация случайного числа $r_{y,1}$ в диапазоне от 0 до 1. Если это случайное число оказывается больше чем p_n , то клетка с координатами $(y, 1)$ остается в состоянии **0**. Однако в случае если $r_{y,1} < p_n$, то в клетке с координатами $(y, 1)$ появляется новый автомобиль, который начинает движение: $s'_{y,1} = \mathbf{1}$. Таким образом, функционал от состояния автомата $cars = \text{COUNT}(S \mid S_{y,x} = \mathbf{1})$ может увеличивать свое значение на каждом шагу прогона модели.

Правило 2 определяет механизм, в соответствии с которым происходят изменения движущегося автомобиля, находящегося в клетке с состоянием **1**, на прямоугольной сетке дорожного полотна клеточного автомата. Пусть функция f определяет изменение конкретного движущегося автомобиля. В качестве аргументов эта функция принимает кортеж из вектора состояний нескольких соседних клеток, плюс бит «жертва ДТП», который мог быть назначен данному автомобилю одним из обработанных ранее, которые на дорожном полотне

расположены слева от данного автомобиля. В предлагаемой математической модели, чтобы избежать ее излишнего осложнения, предлагается включить в вектор состояний соседних клеток состояния только тех трех клеток, которые находятся впереди по ходу движения (то есть справа) от данной клетки. Для клетки с координатами (y, x) это будут три соседних клетки с координатами $(y - 1, x + 1)$, $(y, x + 1)$ и $(y + 1, x + 1)$. Каждая из этих клеток может находиться или в одном из трех состояний **0**, **1** или **2**, или же в псевдосостоянии **-1**. Псевдосостояние **-1** вводится в модель для обозначения участков по краям от дороги для корректного задания граничных условий. Механизм задания аргументов функции f проиллюстрирован на рис. 2.

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
								1	1				-1
									0				-1
													-1
													-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Рис. 2. Механизм задания аргументов функции f

Таким образом, множество возможных аргументов функции f представляет собой четырехмерное дискретное пространство вида $[-1..2, -1..2, -1..2, 0..1]$. Отсюда следует, что для задания полного набора правил перехода в клеточном автомате требуется определить $4 \times 4 \times 4 \times 2 = 128$ функций f на аргументах из множества всех возможных. На самом деле только 64 функции, так как 64 других, когда значение бита «жертва ДТП» установлено для данного автомобиля в единицу, однозначно определяют переход данного автомобиля в состояние **2**.

Если быть еще более точным, множество разрешенных в модели состояний для трех клеток справа по ходу движения ограничено числом 46, так как 18 конфигураций, в которых две из трех клеток оказываются в граничном псевдосостоянии **-1**, моделью запрещены. Полный список из 46-ти возможных конфигураций, для которых необходимо задание функции f , проиллюстрирован на рис. 3.

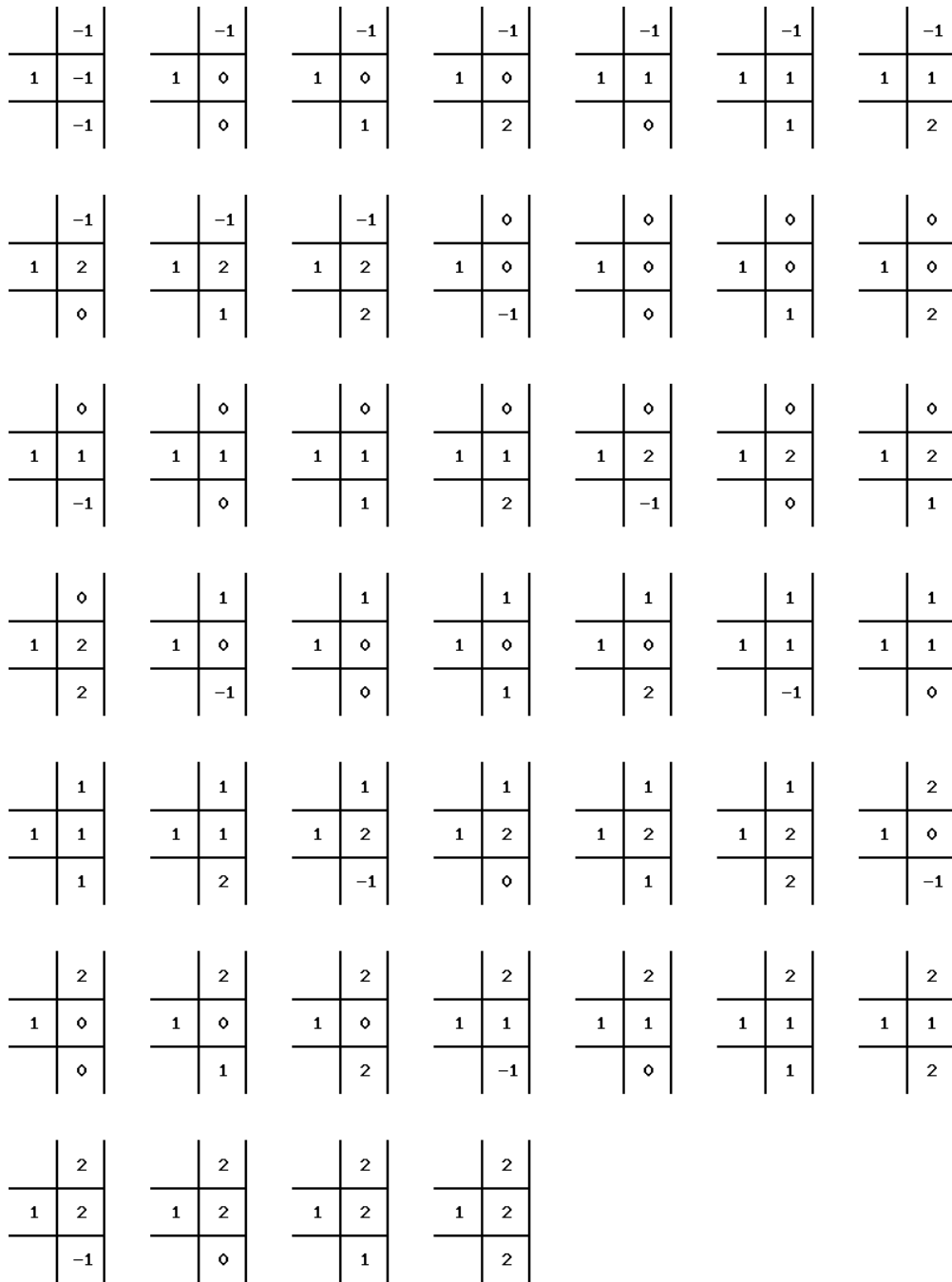


Рис. 3. Возможные конфигурации аргументов функции f

Для каждой из возможных конфигураций функция f задается при помощи списка из k ($k \geq 1$) кортежей, каждый из которых состоит из четырех элементов $(p_i, s'_i, cell_i, crash_i)$, $i = 1..k$. Этот список должен удовлетворять условию $SUM(p_i | i = 1..k) = 1$, которое определяет корректность задания вероятностных

правил перехода. Рассмотрим элементы кортежей в этом списке более подробно:

- p_i – число от 0 до 1 (включительно) – определяет вероятность срабатывания именно правила i при вызове функции f ;
- s'_i – **1** или **2** – определяет состояние, в котором оказывается автомобиль при условии срабатывания правила i во время вызова функции f ;
- $cell_i$ – 0, 1, 2 или 3 – определяет номер клетки, в которой автомобиль оказывается после срабатывания правила i :
 - $cell_i = 0$: автомобиль остается в текущей клетке;
 - $cell_i = 1$: автомобиль в движении перестраивается в левую полосу, то есть оказывается в соседней клетке справа сверху;
 - $cell_i = 2$: автомобиль движется вперед, то есть оказывается в соседней клетке справа сверху;
 - $cell_i = 3$: автомобиль в движении перестраивается в правую полосу, то есть оказывается в соседней клетке справа снизу;
- $crash_i$ – 0, 1, 2 или 3 – определяет номер клетки в состоянии **1**, для которой данный автомобиль стал виновником ДТП:
 - $crash_i = 0$: данный автомобиль спокойно продолжает движение – возвращается всегда, когда $s'_i = \mathbf{1}$, и довольно часто даже когда $s'_i = \mathbf{2}$;
 - $crash_i = 1$: данный автомобиль стал виновником ДТП для автомобиля спереди в левой полосе;
 - $crash_i = 2$: автомобиль стал виновником ДТП для автомобиля спереди;
 - $crash_i = 3$: данный автомобиль стал виновником ДТП для автомобиля спереди в правой полосе.

Соответственно, для определения изменения конкретного движущегося автомобиля, в модели происходит следующая последовательность действий.

1. Если значение бита «жертва ДТП» для данного автомобиля уже установлено

в единицу, клетка с данным автомобилем переходит из состояния **1** в состояние **2**.

2. В противном случае значения состояний трех клеток справа от данной передаются на вход функции f .
3. Функция f определяет один из своих 46-ти экземпляров, который должен быть вызван.
4. Происходит генерация случайного числа i в диапазоне от 1 до k , которое определяет, какое из правил из списка должно сработать при вызове конкретного экземпляра функции f .
5. В соответствии с этим правилом, функция f возвращает кортеж из трех элементов $(s'_i, cell_i, crash_i)$, который однозначно определяет изменение состояния движущегося автомобиля.
6. Если возвращенное значение $crash_i$ установлено большим нуля, то соответствующему автомобилю справа присваивается бит «жертва ДТП».

Отметим, что движущиеся автомобили могут исчезать из зоны видимости дорожного полотна, переходя прямоугольной сетке самый правый ряд. Это происходит при вызове функции $f(-1, -1, -1)$, которая должна возвращает кортеж из элементов (1 – автомобиль продолжает движение, 2 – автомобиль в более правой клетке), 0 – автомобиль никого не повреждает). Также отметим, что чисто статистически кортеж (1, 2, 0) должен чаще всего возвращаться функцией f для самых и самых разных входных конфигураций.

Таким образом, обобщая все вышесказанное, мы наконец-то можем формально определить функцию F , задающую преобразование матрицы состояния дорожного полотна $S_{[m \times n]} \rightarrow S'_{[m \times n]}$ на каждом шаге прогона модели. При вызове функции F происходит следующее.

1. Составляется список из координат всех клеток автомата, которые находятся в

состоянии **1**. Этот список отсортирован слева направо по координате x , а для клеток с одинаковыми координатами x – снизу вверх по координате y . Например, (1, 3), (2, 3), (4, 3), (2, 4), (1, 6), ... При этом значение бита «жертва ДТП» устанавливается в ноль для каждой клетки из списка.

2. В порядке, в котором этот список отсортирован, для каждой клетки из списка определяется изменение конфигурации движущегося автомобиля. При этом между вызовами функции f , дорожное полотно может находиться в состоянии, промежуточном между $S_{[m \times n]}$ и $S'_{[m \times n]}$.
3. В соответствии с вероятностью p_n , клетки самого левого ряда дорожного полотна заполняются движущимися автомобилями.

Интересно, что вероятностная суть правил перехода в клеточном автомате позволяет довольно неплохо моделировать изменения в скорости движущихся автомобилей. Если правилами перехода задается условие, что с некоторой вероятностью автомобиль остается в своей клетке, а с другой вероятностью – движется вперед, то мы получим на каждом шаге два кластера движущихся с разными скоростями автомобилей, что в первом приближении может быть похоже на то, что наблюдается на наших автодорогах. В то же время, если необходимо ввести в модель реальную дифференциацию автомобилей по скоростям, то, наверное, самый разумный способ сделать это – добавить к состоянию **1** дополнительные подсостояния, характеризующие скорость автомобиля. Например, (**1** – жигули) или (**1** – феррари) или (**1** – мерседес). Подобная дифференциация не была добавлена в модель, так как цель работы – продемонстрировать более общие закономерности в дорожном движении.

2.1.6. Описание экземпляра модели

Выше было приведено математическое определение для всех элементов клеточного автомата, которые необходимы для задания конкретной модели.

Суммируя изложенное, можно дать определение для такого понятия, как *экземпляр модели*. Итак, составными частями определения экземпляра модели M являются:

- определение дорожного полотна ($m \times n$);
- определение функции F преобразования состояния дорожного полотна:
 - p_n – вероятность заполнения движущимся автомобилем для пустой клетки из самого левого ряда;
 - определение функции f , которая изменяет состояние каждого конкретного движущегося автомобиля, для каждой из 46-ти возможных конфигураций аргументов функции f (46 списков различной длины, где каждый элемент списка представляет собой кортеж, состоящий из элементов $(p_i, s'_i, cell_i, crash_i)$).

Запись $M(m, n, p_n, f \times 46)$ будет представлять собой исчерпывающее описание для экземпляра модели.

Полное состояние математической модели дорожного движения W в любой произвольный момент времени должно допускать возможность взаимнооднозначного сохранения с последующим восстановлением в любом экземпляре программы, которая реализует данную математическую модель (разд. 2.3). Поэтому описание полного состояния будет содержать в себе как описание экземпляра модели M , так и описание состояния клеточного автомата \mathbf{A} : $(t, S_{[m \times n]})$. При этом можно воспользоваться следующей нотацией для записи полного состояния – W : (M, \mathbf{A}) .

Можно утверждать, что полное состояние модели на момент ее запуска W_0 будет содержать в себе то же самое описание экземпляра модели M . Вторым компонентом для W_0 станет начальное состояние клеточного автомата \mathbf{A}_0 : $(0, S_{[m \times n]})$, которое, в свою очередь, будет содержать в себе начальную матрицу

состояния дорожного полотна. Таким образом, записать полное состояние модели перед ее запуском можно следующим образом:

$$W: (M, A_0).$$

В компьютерной программе, которая будет реализовывать данную математическую модель, должна быть обеспечена возможность загрузки из текстового файла для двух вышеупомянутых сущностей – для экземпляра модели M и для состояния клеточного автомата A . Соответственно, в интерфейсе программы моделирования, будут присутствовать элементы управления «Загрузить модель», «Загрузить состояние» и «Сохранить состояние». Это обеспечит возможность исследования зависимости модели, как от изменения правил перехода, так и от различных конфигураций автомобилей на дороге.

2.1.7. Функционалы от состояния дороги

Конечной целью математического моделирования дорожного движения является выявление и исследование различных зависимостей и факторов, влияющих на качество движения. Наиболее просто охарактеризовать качество движения можно при помощи ряда важнейших цифр, описывающих модель – функционалов от модели.

Такие функционалы бывают двух типов: статические и динамические. Статические функционалы зависят только от матрицы состояния клеточного автомата $S_{[m \times n]}$ в текущий момент времени, и не учитывают изменение дорожной ситуации с увеличением числа шагов. Важнейшие из статических функционалов, такие как *cars*, *cells*, *d*, *park* и *stay*, были описаны выше в подразделе «состояние клеточного автомата». В то же время, динамические функционалы описывают, каким образом состояние клеточного автомата в модели изменяется. Условно, можно разбить все динамические функционалы на три типа:

1. Те из них, которые описывают изменение дорожной картины за один шаг, например, средняя мгновенная скорость $V_t(\mathbf{A}_t, \mathbf{A}_{t-1})$.
2. Тренды, которые описывают изменение дорожной ситуации на конкретном отрезке времени, например, среднее ускорение за последние k шагов:

$$a(t, k) = (V_t / V_{t-k}) / k.$$

3. Ключевые моменты времени, такие как (гипотетический) момент стабилизации дорожной ситуации t_0 , который описан выше в подразделе «Динамика клеточного автомата».

Такая классификация функционалов от модели проиллюстрирована на рис. 4.

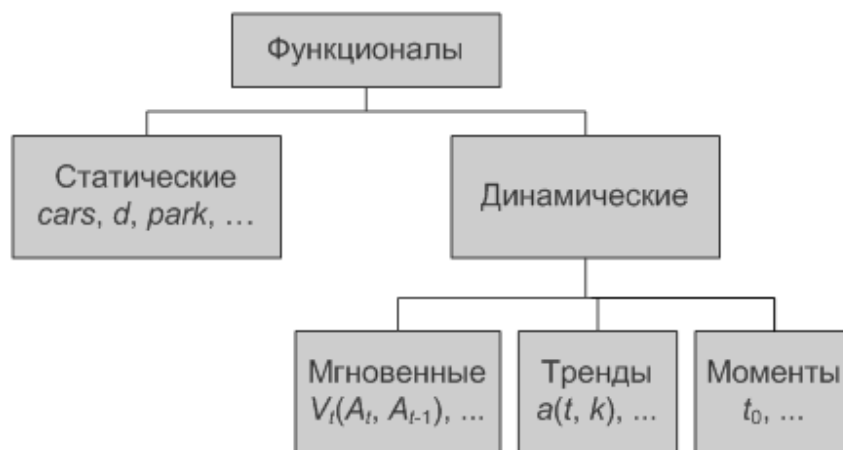


Рис. 4. Классификация функционалов от модели

Пожалуй, не будет преувеличением утверждать, что самым важным функционалом, который необходимо отслеживать при моделировании дорожного движения, является средняя скорость V_t . В нашей математической модели средняя мгновенная скорость V_t на шаге t будет определяться как соотношение количества машин (клеток в состоянии **1**), которые в течение этого шага увеличили свою координату x на один (то есть передвинулись вправо) к общему числу машин:

$$V_t = \text{COUNT}(S \mid \text{moved}(S_{y,x}) = 1) / \text{cars}.$$

Для того, чтобы в модели присутствовала возможность подсчета мгновенной скорости, внутрь функции $F(S_{[m \times n]})$, которая задает преобразование состояния дорожного полотна, вводится дополнительная переменная *moved*. В ходе применения экземпляров функции f к каждой клетке, которая представляет собой движущийся автомобиль (находится в состоянии **1**), происходит инкрементация переменной *moved* в случае, если автомобиль передвинулся вправо – в случае, когда экземпляр функции f возвращает $cell_i > 0$.

Отметим, что такое определение мгновенной скорости учитывает не только такие автомобили, которые находились на дороге в момент начала применения функции F , но еще и автомобили, появившиеся после применения этой функции в свободных клетках левого столбца. Напомним, эти клетки заполняются движущимися автомобилями с вероятностью p_n . В то же время, те автомобили, которые покидают модель, уезжая из правого столбца вперед, движущимися не считаются и не увеличивают значение дополнительной переменной *moved*.

Кроме того, отметим, что такое определение фактически показывает, сколько клеток в среднем преодолевает автомобиль за один шаг. Непосредственно из определения следует, что $0 \leq V_t \leq 1$. Реально, в зависимости от конкретных вероятностей, которые регулируют движение вперед в правилах перехода клеточного автомата, мгновенная скорость будет ограничена некоторой скоростью свободного движения $V_{\max} \leq 1$. Таким образом, можно утверждать, что $0 \leq V_t \leq V_{\max} \leq 1$. Если на шаге t средняя мгновенная скорость близка к скорости свободного движения (значение $(V_{\max} - V_t) / V_{\max}$ близко к нулю), то ситуация на дороге хорошая. С другой стороны, если средняя мгновенная скорость близка к нулю (значение V_t / V_{\max} близко к нулю), то клеточный автомат моделирует не то, что пробку, а самый настоящий транспортный коллапс! Основная часть главы 3 данной работы посвящена исследованию зависимости различных факторов на

среднюю мгновенную скорость дорожного движения.

Родственным функционалом является обратная мгновенная скорость $1 / V_t$. Этот параметр позволяет оценить, сколько шагов требуется среднему автомобилю для того, чтобы продвинуться вперед на одну клетку. Чем меньше этот параметр, чем он ближе к единице – тем лучше дорожная ситуация. И, наоборот, в случае остановки движения на автомагистрали, этот параметр устремляется к бесконечности.

Последним функционалом, который хочется удостоить вниманием в данном разделе, является момент стабилизации ситуации на дороге t_0 . Для определения момента t_0 мы ограничимся рассмотрением динамики только для функционала V_t , не принимая во внимание другие функционалы. Если последовательность $\{V_t\}$ в итоге сходится к некоторому предельному значению V , то даже с учетом вероятностного характера модели мы можем определить момент t_0 , такой что для любого $t \geq t_0$ верно утверждение $|V_t / V_{t-1} - 1| < eps$, как момент стабилизации ситуации на дороге. Программа моделирования будет отслеживать данную возможность. Однако, в случае если последовательность $\{V_t\}$ сходится не к предельному значению V , а к последовательности-аттрактору, применяемый математический аппарат не позволяет быстро отслеживать подобные циклические изменения скорости для определения момента t_0 . Максимум, что можно здесь сделать – это отображать в программе моделирования график $V_t(t)$.

2.1.8. Глоссарий

В предыдущих пунктах разд. 2.1. было объяснено немало терминов, касающихся данной работы. Здесь еще раз приведем краткие определения для некоторых из этих терминов.

- *Модель* – совокупность определений и правил, которая описана в разд 2.1. и служит для представления дорожного движения на автомагистрали в формальном виде.
- *Экземпляр модели* – модель, для которой определены ее размеры $m \times n$, вероятность p_n и семейство из 46-ти функций f , задающих изменение для автомобилей в состоянии движения.
- *Дорожное полотно* – прямоугольная сетка размера $m \times n$, заполненная значениями **0**, **1** или **2**, которая имитирует автомагистраль в данной модели.
- *Клеточный автомат* – дорожное полотно и заданные на нем правила перехода, в основе определения которых лежит функция F преобразования состояния дорожного полотна. Клеточный автомат является базой и основной составляющей для любого экземпляра данной модели.
- *Состояние дорожного полотна* – матрица S размера $m \times n$, состоящая из значений **0**, **1** или **2**, которыми заполнено дорожное полотно.
- *Полное состояние модели* – совокупность из определения экземпляра модели M , состояния дорожного полотна $S_{[m \times n]}$ и шага моделирования t .
- *Начальное состояние модели* – полное состояние модели, в котором шаг моделирования t равен нулю, а матрица состояния дорожного полотна $S_{[m \times n]}$ является стартовой для всего процесса моделирования.

2.2. Базовый экземпляр модели

В этом разделе будет описана конфигурация для *базового экземпляра модели* и для *базового начального состояния* дорожного полотна. В исследованиях, которые будем проводить в главе 3, в основном используется базовый экземпляр модели с модификациями, которые требуются для выполнения того или иного исследования. Разумеется, конкретные модификации базового экземпляра будут описаны в соответствующих разделах.

2.2.1. Базовый экземпляр модели

Базовый экземпляр модели определяет размеры прямоугольной сетки $m \times n$ дорожного полотна по умолчанию, вероятность p_n по умолчанию и набор правил, по которым, если не оговорено иное, будут происходить преобразования в клеточном автомате.

В параграфе «Модель дорожного полотна» разд. 2.1 уже отмечалось, что для значений m и n по умолчанию разумно взять 4 и 30 соответственно. Таким образом, в базовом экземпляре модели можно будем исследовать дорожное полотно размера 4×30 клеток, что примерно соответствует четырехполосному участку Невского проспекта от Фонтанки до Садовой улицы.

В качестве значения по умолчанию для вероятности p_n появления новых автомобилей в свободных клетках с координатой $x = 1$, интересно взять число 0.5. Это, с одной стороны, позволит обеспечить постоянный приток новых автомобилей в нашу модель, с другой стороны, приток новых автомобилей не будет чересчур плотным, для того чтобы это привело к пробке. Такой выбор вероятности p_n дает нам возможность провести исследование для наиболее интересной дорожной ситуации – это все еще не пробка, но уже и не свободное движение! Отметим, что фактически именно от варьирования параметра p_n будут зависеть значения основных функционалов от состояния дороги, таких как *cars*

или V_t .

Четвертым элементом в определении экземпляра модели будет являться совокупность из 46-ти определений функции f для различных конфигураций клеток дорожного полотна. В базовом варианте модели не будет происходить ни парковок, ни ДТП. Таким образом, в состоянии **2** будут находиться только те клетки, которые находились в этом состоянии изначально. Отсюда следует, что клеточный автомат перестает быть в базовом варианте вероятностным, и модель дорожного движения становится почти полностью детерминированной. Почти – так как появление новых автомобилей на автодороге по-прежнему остается случайным процессом. Тем не менее, в каждом из 46-ти списков кортежей функции f базового экземпляра модели, будет присутствовать только один элемент – кортеж вида $(1, 1, cell_1, 0)$. Здесь

- $p_1 = 1$ – модель детерминированная;
- $s'_1 = 1$ – автомобиль продолжает находиться в движущемся состоянии;
- $crash_1 = 0$ – автомобиль не повреждает другой движущийся автомобиль.

И все это – с вероятностью 100% на каждом шаге моделирования. Таким образом, требуется лишь формально определить клетку, на которой будет оказываться автомобиль при применении к нему функции f , для каждой из 46-ти возможных конфигураций.

При определении базовых правил, будем руководствоваться следующими простыми соображениями. Если клетка впереди автомобиля свободна (второй аргумент функции f равен нулю), то едем прямо. Если клетка занята – перестраиваемся по возможности левее. Если и левый ряд занят, то перестраиваемся направо. Если продвинуться вперед нет никакой возможности, автомобиль остается стоять на месте. На рис. 5 проиллюстрированы эти базовые правила перехода в клеточном автомате.

Теперь уже есть полная информация, на основе которой можно составить формальное математическое описание для базового экземпляра модели. Это математическое описание будет выглядеть так:

- $m = 4$;
- $n = 30$;
- $p_n = 0.5$;
- $f(-1, -1, -1) = ((1, 1, 2, 0))$; // автомобиль выходит за пределы модели
- $f(-1, 0, 0) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(-1, 0, 1) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(-1, 0, 2) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(-1, 1, 0) = ((1, 1, 3, 0))$; // впереди «тормоз», перестраиваемся вправо
- $f(-1, 1, 1) = ((1, 1, 0, 0))$; // ехать некуда, стоим ☹
- $f(-1, 1, 2) = ((1, 1, 0, 0))$;
- $f(-1, 2, 0) = ((1, 1, 3, 0))$;
- $f(-1, 2, 1) = ((1, 1, 0, 0))$;
- $f(-1, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0))$;
- $f(0, 0, -1) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(0, 0, 0) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(0, 0, 1) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(0, 0, 2) = ((1, 1, 2, 0))$;
- $f(0, 1, -1) = ((1, 1, 1, 0))$;
- $f(0, 1, 0) = ((1, 1, 1, 0))$; // есть выбор, решаем уйти влево
- $f(0, 1, 1) = ((1, 1, 1, 0))$;
- $f(0, 1, 2) = ((1, 1, 1, 0))$;
- $f(0, 2, -1) = ((1, 1, 1, 0))$;
- $f(0, 2, 0) = ((1, 1, 1, 0))$;
- $f(0, 2, 1) = ((1, 1, 1, 0))$;

- $f(0, 2, 2) = ((1, 1, 1, 0));$
- $f(1, 0, -1) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(1, 0, 0) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(1, 0, 1) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(1, 0, 2) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(1, 1, -1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(1, 1, 0) = ((1, 1, 3, 0));$
- $f(1, 1, 1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(1, 1, 2) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(1, 2, -1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(1, 2, 0) = ((1, 1, 3, 0));$
- $f(1, 2, 1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(1, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(2, 0, -1) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(2, 0, 0) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(2, 0, 1) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(2, 0, 2) = ((1, 1, 2, 0));$
- $f(2, 1, -1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(2, 1, 0) = ((1, 1, 3, 0));$
- $f(2, 1, 1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(2, 1, 2) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(2, 2, -1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(2, 2, 0) = ((1, 1, 3, 0));$
- $f(2, 2, 1) = ((1, 1, 0, 0));$
- $f(2, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0)).$

// вот она, пробка

2.2.2. Базовое начальное состояние

В нашей модели базовое начальное состояние дорожного полотна будет представлять собой пустую автомагистраль, которая не заполнена ни движущимися, ни припаркованными на ней автомобилями. Матрица дорожного полотна для базового начального состояния $S_{[4 \times 30]}$ будет выглядеть следующим образом:

```
000000000000000000000000000000000000
000000000000000000000000000000000000
000000000000000000000000000000000000
000000000000000000000000000000000000
```

Базовое начальное состояние дает возможность изучения процесса перехода в модели от свободного движения до плотного движения, и затем – вплоть до образования пробки. Другая возможная интерпретация базового начального состояния соответствует дорожной картине, которая наблюдается за красным сигналом светофора. Пока горит красный сигнал (модель не запущена), дорога за светофором полностью свободна. Как только зажигается зеленый сигнал, автомагистраль постепенно начинает заполняться автомобилями, которые движутся слева направо.

При проведении конкретных исследований на модели, которые описаны в главе 3, в зависимости от специфики исследований, периодически будем использовать данное базовое состояние со следующими возможными модификациями:

- равномерно заполненная автомобилями (клетками в состоянии **1**) магистраль;
- равномерно заполненная припаркованными автомобилями (клетками в состоянии **2**) правая полоса;
- автомагистраль с некоторым количеством препятствий (клеток в состоянии **2**).

2.3. Программирование модели

Для того чтобы провести исследования на модели, которая описана в этой главе, была разработана компьютерная программа на языке *Java*, которая реализует предложенный клеточный автомат и обеспечивает имитацию дорожного движения на многополосной автомагистрали. В этом разделе будут описаны форматы файлов для хранения экземпляра модели и для хранения состояния, с которыми эта программа работает, а также архитектуру и особенности реализации самой программы.

2.3.1. Формат файла для сохранения экземпляра модели

Для сохранения экземпляра модели – того набора правил, которые регулируют изменение состояний клеток в клеточном автомате, было предложено хранить этот набор правил в виде простого текстового файла, который можно отредактировать в любом текстовом редакторе. Формат файла для сохранения экземпляра модели подразумевает наличие в этом текстовом файле ровно 48-ми строк с данными. В первой строке этого текстового файла сохраняется размер клеточного автомата в формате $m \times n$. Во второй строке сохраняется вероятность p_n появления новых автомобилей в левом столбце дорожного полотна. В последующих 46-ти строках описываются списки кортежей вида $(p_i, s'_i, cell_i, crash_i)$ для различных наборов состояний клеток справа от клетки в состоянии **1** (движущегося автомобиля). Пример первых нескольких строк такого текстового файла приведен ниже:

```
4 x 30
0.5
f(-1, -1, -1) = ((1, 1, 2, 0))
f(-1, 0, 0) = ((0.8, 1, 2, 0), (0.2, 1, 3, 0))
...
```

2.3.2. Формат файла для сохранения состояния модели

Состояние дорожного полотна также предложено сохранять в виде простого текстового файла, который можно редактировать в любом текстовом редакторе. Число строк в этом текстовом файле составляет $2 + t$. В первой строке файла указывается номер текущего шага t . Во второй строке файла сохраняется размер клеточного автомата в формате « $m \times n$ ». В последующих t строках сохраняется текущее состояние дорожного полотна. Пример текстового файла с сохраненным состоянием, который соответствует небольшой двухполосной дороге с рядом припаркованных в ее правом ряду автомобилей, приведен ниже:

```
11
2 x 8
00010110
00111220
```

2.3.3. Архитектура программы

Программа для имитационного моделирования дорожного движения в соответствии с описанной моделью реализована на языке программирования *Java* по классической схеме «Model-View-Controller» (рис. 6) [32].

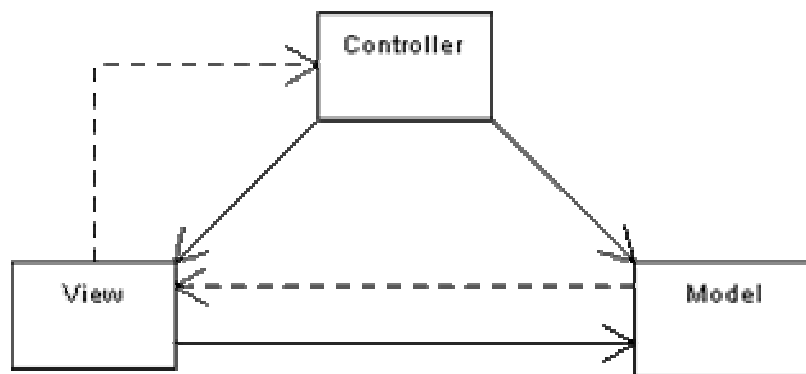


Рис. 6. Архитектура *Model-View-Controller*

Компонент *Model* представляет собой сохраненные в виде объектов в памяти компьютера экземпляр модели и текущее состояние дорожного полотна. Таким образом, ровно те данные, с которыми оперирует наша математическая модель и,

соответственно, компьютерная программа, которая реализует эту модель. Ключевыми классами для сохранения этих данных здесь являются классы `Model` и `State`, а вспомогательными классами – классы `Car`, `Rule`, `ArgModel` и `Args`.

У компонента *View* в этой схеме два основных предназначения. Во-первых, он служит для отображения данных модели, то есть текущего состояния дорожного полотна и ряда основных функционалов, на экране компьютера. Это дает возможность интерактивно и наглядно отслеживать изменения в дорожной ситуации в ходе моделирования. Во-вторых, компонент *View* предоставляет *GUI*-интерфейс для управления моделью через компонент *Controller*. В базовой версии программы такой интерфейс предоставляет пользователю следующие возможности:

- перезапустить модель с нулевого шага;
- применить функцию F к текущему состоянию модели;
- загрузить экземпляр модели из текстового файла;
- загрузить состояние клеточного автомата из текстового файла;
- изменить значение вероятности p_n .

Компонент *View* реализован в программе моделирования внутри классов `View` и `MCanvas`, которые представляют собой *GUI*-приложение и «холст» для рисования клеточного автомата соответственно.

Компонент *Controller* отвечает за применение тех действий, которые пользователь программы указывает при помощи *GUI*-интерфейса, к данным программы – к состоянию дорожного полотна и к экземпляру модели. Наиболее типичным действием является применение функции F к состоянию дорожного полотна по нажатию соответствующей кнопки в интерфейсе. В программе упомянутый компонент реализован в классе, который называется `Runner`.

При выборе языка для реализации программы был выбран именно язык

программирования *Java*, поскольку он удобен и обладает рядом неоспоримых преимуществ:

- *Java* – это платформонезависимый язык программирования, программа на котором может быть запущена как под ОС *Windows*, так и под ОС *Linux*;
- объектная модель языка *Java* естественным образом позволяет организовать структуру классов, которая соответствует описанной модели дорожного движения;
- среда разработки *NetBeans IDE* «Develop with pleasure» позволяет без дополнительных усилий нарисовать, просто нарисовать *GUI*-интерфейс к приложению, и он заработает.

Диаграмма классов, которая соответствует разработанному приложению, приведена на рис. 7. Эта диаграмма классов также была получена автоматически при помощи выбора соответствующего инструмента внутри среды разработки *NetBeans IDE*.

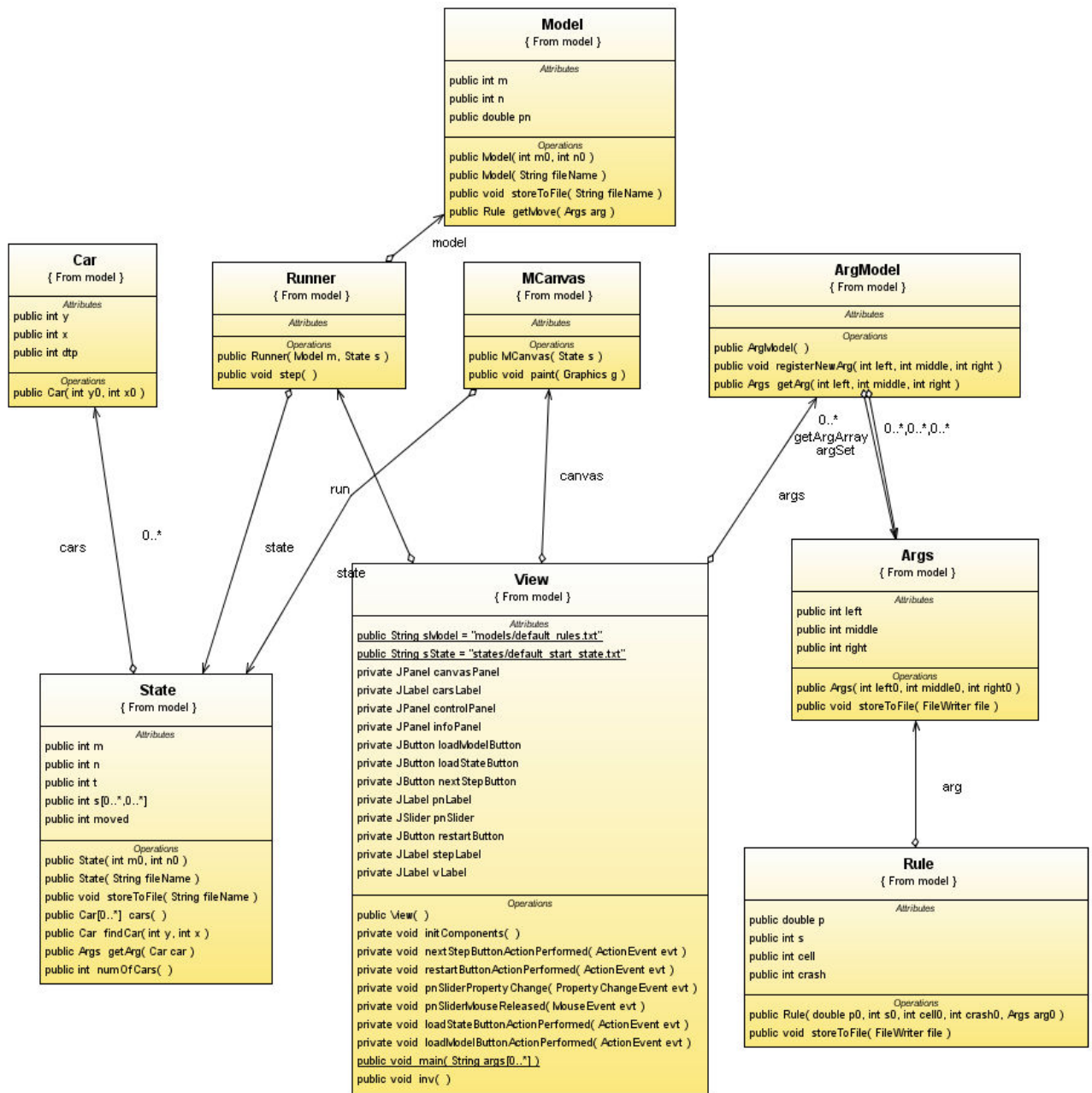


Рис. 7. Диаграмма классов для программы моделирования

Исходные коды программы моделирования вместе с исполняемой частью и рядом базовых примеров доступны для скачивания по адресу http://rain.ifmo.ru/~kotov_a/traffic_model.zip.

2.4. Демонстрация дорожного движения

Приведем пример демонстрации работы программы моделирования дорожного движения для базового экземпляра модели с базовым начальным состоянием. В любой операционной системе программа моделирования запускается при помощи команды `java -jar Model.jar`.

При запуске программы на экране компьютера появляется окно, которое демонстрирует нулевой шаг моделирования в базовом экземпляре модели с базовым начальным состоянием. Вид этого окна представлен на рис. 8.

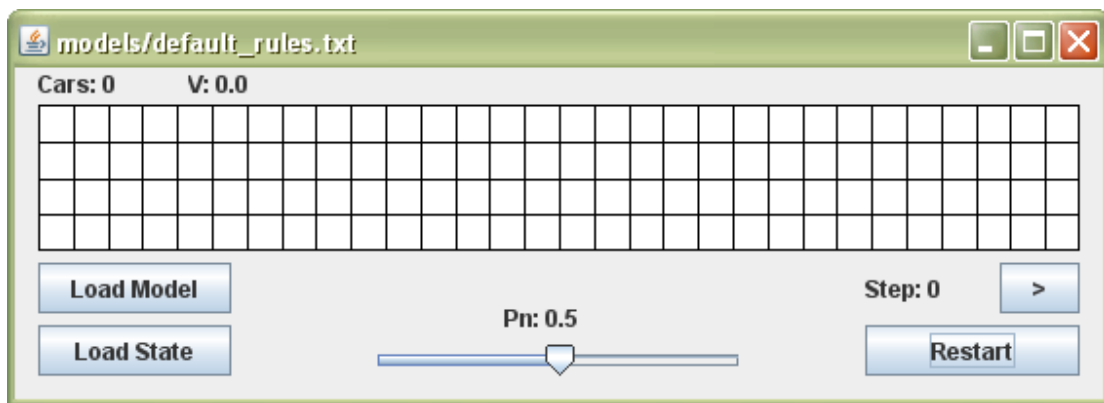


Рис. 8. Вид окна программы в момент запуска

Логически, данное окно можно разделить на три части. В верхней части окна отображаются текущие значения основных функционалов от модели, таких как количество автомобилей *cars* и мгновенная скорость *V*, которые были описаны в соответствующей секции разд. 2.1 данной работы.

В средней части окна отображается текущее состояние клеточного автомата, которое имитирует наличие автомобилей и препятствий на многополосной автомагистрали. Белым цветом изображаются клетки в состоянии **0** – клетки, которые открыты и свободны для движения по ним автомобилей. Красным цветом изображаются движущиеся автомобили – клетки в состоянии **1**. Синим цветом в программе моделирования отмечены те клетки, которые не могут быть

заняты движущимися автомобилями – клетки в состоянии 2. Такие клетки означают либо припаркованные в правом ряду автомобили, либо препятствия, либо автомобили, попавшие в ДТП.

В нижней части окна моделирования присутствуют *GUI*-элементы управления программой моделирования, которые позволяют изменять значения различных параметров в модели. Слева расположены кнопки загрузки модели и загрузки состояния из текстовых файлов. По центру нижней части расположен элемент управления *slider*, при помощи которого можно уменьшать или увеличивать значение вероятности p_n появления новых автомобилей в левом столбце клеточного автомата. Справа в нижней части расположены две кнопки, при помощи которых можно перезапустить модель, или применить функцию F к текущему состоянию дорожного полотна.

После нескольких подряд нажатий на кнопку “>”, представляющую собой элемент управления, который применяет функцию F к текущему состоянию дорожного полотна, в средней части окна появляется ряд движущихся автомобилей (рис. 9).

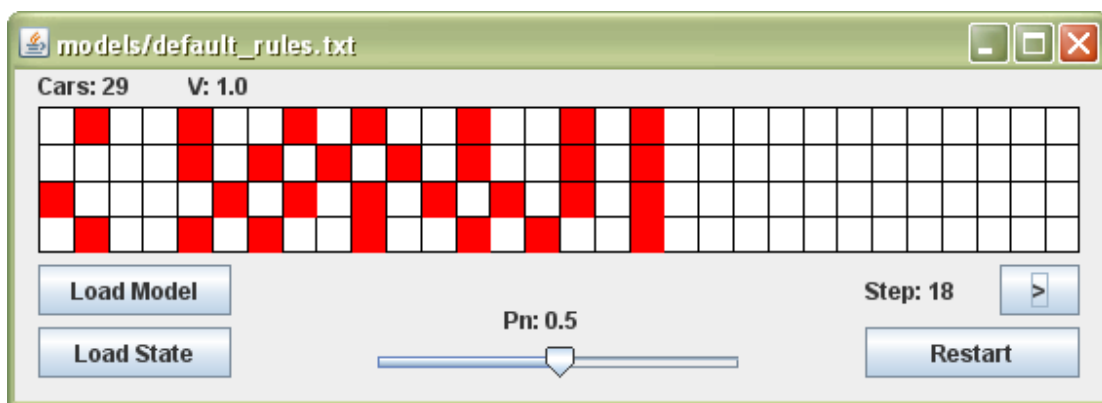


Рис. 9. Вид окна программы после нескольких шагов

Как видно из представленного рисунка, в базовом экземпляре модели автомобили движутся более-менее свободно. Об этом факте свидетельствует

средняя скорость движения автомобилей, которая близка к значению $V_{max} = 1$. Таким образом, при помощи данной программы можно провести микромоделирование дорожного движения на автомагистрали. Кроме того, путем внесения соответствующих изменений в набор правил для экземпляра модели и в базовое начальное состояние, можно провести качественное исследование действительно интересных закономерностей дорожного движения. Таких, например, как зависимость средней скорости движения на автомагистрали от припаркованных в правом ряду автомобилей. Изучению этой, и других, не менее интересных, закономерностей, посвящена глава 3 данной работы.

2.5. Выводы

Была поставлена задача разработать микромодель дорожного движения на основе клеточного автомата, которая была бы ближе к реальности Санкт-Петербурга и более адекватно бы описывала ситуацию на наших автодорогах, чем существующие модели. Основными особенностями предложенной модели являются:

- двумерность клеточного автомата;
- наличие состояния клетки, которое описывает препятствие;
- вероятностный характер правил перехода.

На основе этих особенностей было разработано формальное описание для математической модели, которая решает поставленную задачу. Оно приведено в разд. 2.1. Затем, по этому описанию математической модели, была разработана и реализована программа на языке программирования *Java*, иллюстрирующая процессы, происходящие на автомагистрали. Эта программа имеет простой и понятный интерфейс и может применяться для получения количественных оценок характеристик дорожного движения.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ НА МОДЕЛИ

3.1. Задачи моделирования

В ходе проведения исследований на модели необходимо было произвести постановку серии экспериментов. Цель этой серии экспериментов заключается в том, чтобы проиллюстрировать работу модели и показать, какую роль эта модель может занять в микромоделировании дорожного движения. На основании проведенных исследований можно будет сделать соответствующие выводы о степени адекватности модели и ее применимости в реальной жизни.

Все эксперименты, проводимые в ходе серии, тем или иным образом отслеживают зависимость изменения в дорожной ситуации при варьировании одного или нескольких параметров. При этом каждый из экспериментов демонстрирует какую-то одну уникальную дорожную ситуацию из реальной жизни. Во всех экспериментах главным индикатором состояния на дороге будет являться средняя скорость V на всей дороге, или на определенном ее участке.

В данной работе планируется постановка серии из трех экспериментов, моделирующих зависимость изменения средней скорости движения автомобилей от трех различных факторов будем изменять:

- число автомобилей для фиксированного экземпляра модели и фиксированного стартового состояния дорожного полотна;
- число припаркованных в правом ряду дороги автомобилей;
- вероятность возникновения ДТП.

Более формально эти три эксперимента, вместе с их результатами, описаны в разд. 3.2 – 3.4. При этом для каждого эксперимента мы определяем следующие его атрибуты:

- экземпляр модели;
- стартовое состояние;

- момент наблюдения t_0 ;
- варьируемый параметр.

Результаты каждого из экспериментов визуализированы в виде графиков зависимости средней скорости на всей дороге или же на ее участке от варьируемого параметра. В случаях, когда это возможно, результаты сравниваются с результатами, которые получены в других, уже существующих моделях дорожного движения.

3.2. Зависимость средней скорости движения от числа машин

Цель первого эксперимента – показать, как средняя скорость движения на автодороге или на отдельных ее участках будет зависеть от того, насколько много машин (клеток в состоянии **1**) присутствует в модели. Если машин много – это пробка, и машины будут не давать друг другу проехать вперед. Если машин мало – то движение близко к свободному, и скорость будет стремиться к параметру V_{max} , который определяется исходя из набора правил перехода. Будет ли зависимость средней скорости от числа машин линейной?! Покажет эксперимент!

В эксперименте используется базовый экземпляр модели с двумя модификациями. Первая модификация заключается в том, что параметр V_{max} определен как 0,5. При этом с вероятностью одна вторая, каждый из автомобилей не будет двигаться вперед, даже если хотя бы одна из трех клеток оказалась свободной. Это реализовано за счет добавления кортежа (0.5, 1, 0, 0) ко всему подмножеству из 46-ти списков, в которых разрешен переход автомобиля на одну клетку вперед. Вторая модификация экземпляра модели заключается в том, что с вероятностью, большей, чем ноль, разрешаются перестроения из ряда в ряд при перемещении вперед, при условии, что перед автомобилем есть более чем одна свободная клетка – клетка в состоянии **0**. Такая вероятностная модификация экземпляра модели подходит для моделирования реальных процессов,

происходящих на автомобильной дороге, где и скорость дорожного движения, и вероятность перестроения могут быть описаны некоторыми случайными величинами. Ниже приведено содержимое текстового файла, в котором сохранено описание данной модификации базового экземпляра модели в формальном виде:

```

4 x 30
0.1
f(-1, -1, -1) = ((1, 1, 2, 0))
f(-1, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 0, 1) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 0, 2) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 1, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 1, 1) = ((1, 1, 0, 0))
f(-1, 1, 2) = ((1, 1, 0, 0))
f(-1, 2, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 2, 1) = ((1, 1, 0, 0))
f(-1, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0))
f(0, 0, -1) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.05, 1, 1, 0), (0.05, 1, 3, 0),
(0.5, 1, 0, 0))
f(0, 0, 1) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 0, 2) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, -1) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, 0) = ((0.3, 1, 1, 0), (0.2, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, 1) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, 2) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, -1) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, 0) = ((0.3, 1, 1, 0), (0.2, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, 1) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, 2) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, -1) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, 1) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, 2) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 1, -1) = ((1, 1, 0, 0))
f(1, 1, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 1, 1) = ((1, 1, 0, 0))
f(1, 1, 2) = ((1, 1, 0, 0))
f(1, 2, -1) = ((1, 1, 0, 0))
f(1, 2, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 2, 1) = ((1, 1, 0, 0))
f(1, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0))
f(2, 0, -1) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 0, 1) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 0, 2) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 1, -1) = ((1, 1, 0, 0))
f(2, 1, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 1, 1) = ((1, 1, 0, 0))
f(2, 1, 2) = ((1, 1, 0, 0))
f(2, 2, -1) = ((1, 1, 0, 0))
f(2, 2, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 2, 1) = ((1, 1, 0, 0))

```

$$f(2, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0))$$

В качестве начального состояния дорожного полотна для данного эксперимента выступает интересная модификация базового начального состояния, которая моделирует сужение проезжей части на Невском проспекте с четырех полос до одной полосы в ходе проведения реконструкции Аничкова моста [33]. Сужение промоделировано при помощи клеток, которые находятся в клеточном автомате в состоянии 2. Эти клетки не могут изменить свое состояние. Поэтому автомобили вынуждены их объезжать, что и происходит на реальной автодороге. Ниже представлено данное начальное состояние, которое сохранено в виде текстового файла:

```

0
4 x 30
00000000000000000000000000000000
00000000000000222200000000000000
00000000000022222222000000000000
00000000002222222222220000000000

```

В качестве варьируемого параметра при проведении эксперимента выступает вероятность p_n появления новых автомобилей в левом столбце клеточного автомата. Вероятность p_n в эксперименте варьируется с интервалом 0,01 от крайнего значения 0 до другого крайнего значения 1.

В качестве измеряемого параметра при проведении эксперимента выступают количество машин $cars$ и средняя скорость движения V на шаге t_0 . Исходя из горизонтального размера дорожного полотна, которое составляет 30 клеток, время измерения t_0 выбрано как 60 шагов с момента запуска программы. Результатом эксперимента будут считаться два графика зависимости (рис.10, 11):

- график зависимости числа машин $cars$ от вероятности p_n ;
- график зависимости средней скорости V от числа машин $cars$.

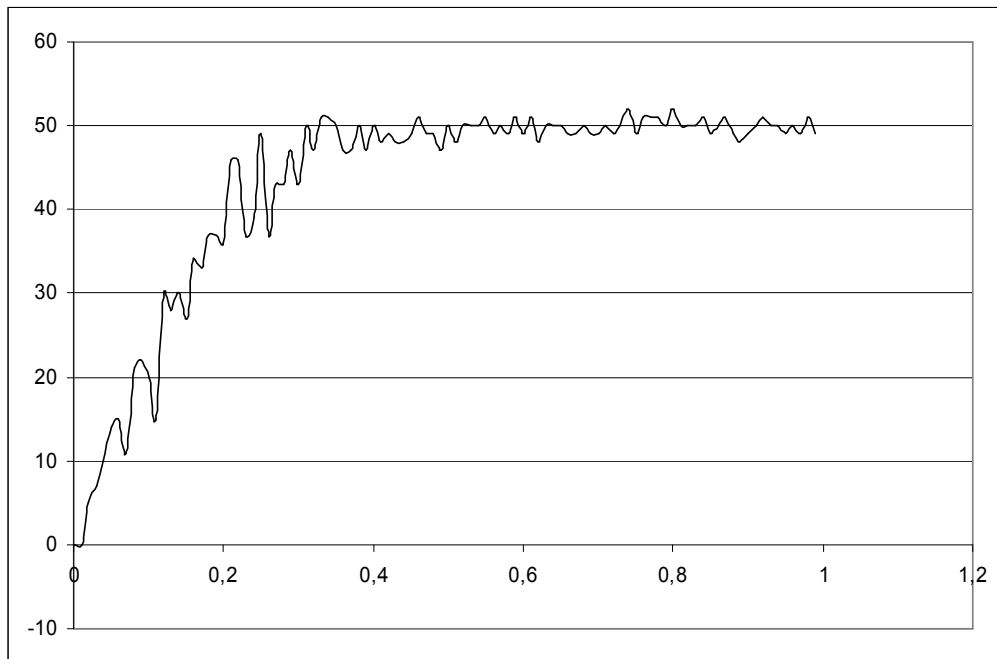


Рис. 10. График зависимости $cars(p_n)$



Рис. 11. График зависимости $V(cars)$

Из второго полученного графика следует, что уменьшение скорости при увеличении плотности дорожного движения на участке автомагистрали носит преимущественно линейный характер.

Шумность в линиях построенных графиков носит случайный характер и возникает в силу вероятностного характера клеточного автомата, который лежит в основе модели. Для нивелирования этих эффектов необходимо провести серию из одинаковых экспериментов, а результаты усреднить. В этом случае, оба полученных графика должны получиться менее шумными.

Из первого полученного графика, который показывает зависимость числа машин *cars* от вероятности p_n возникновения новых автомобилей в левом ряду автомагистрали следует, что в случае, если эта вероятность превышает значение 0.35, то возможности этого участка автомобильной дороги по пропусканию траффика исчерпываются. Непосредственно, перед сужением с четырех полос до одной образуется пробка. Дальнейшее увеличение вероятности p_n в этом эксперименте не приводит к какому-либо изменению ситуации, так как движение после сужения по-прежнему остается относительно свободным, а до сужения клетки в состоянии 0 почти отсутствуют. Уплотнение движения перед сужением при $p_n = 0.15$ проиллюстрировано ниже:

```

60
4 x 30
000010110111110100000010001000
010100011111022220110010000000
00001001011222222200000010000
10101001122222222222000000000

```

Динамика дорожного движения перед сужением в районе Аничкова моста проиллюстрирована при помощи серии из скриншотов (рис.12–17). На рис.12 представлен вид окна программы моделирования перед началом эксперимента. Автомобилей пока нет. На рис.13 представлен вид окна программы моделирования по прошествии двадцати шагов. Автомобили, изображенные красным цветом, начали заполнять дорожное полотно и, двигаясь слева направо, приближаются к месту сужения в районе реконструкции Аничкова моста.

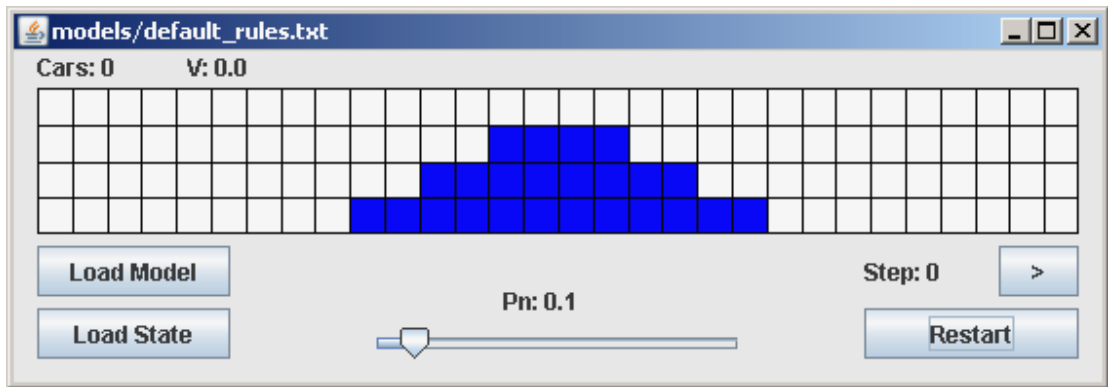


Рис. 12. Сужение Аничкова моста перед началом движения

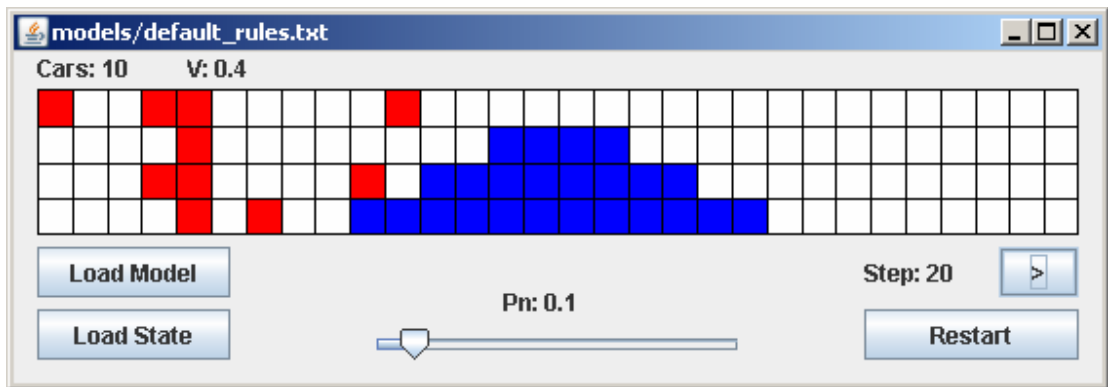


Рис. 13. Сужение Аничкова моста после 20 шагов

На рис. 14 представлено состояние клеточного автомата по прошествии сорока шагов моделирования. Автомобили, отмеченные красным цветом, начинают скапливаться непосредственно перед сужением. В то время как автомобили, проехавшие критический участок, двигаются свободно.

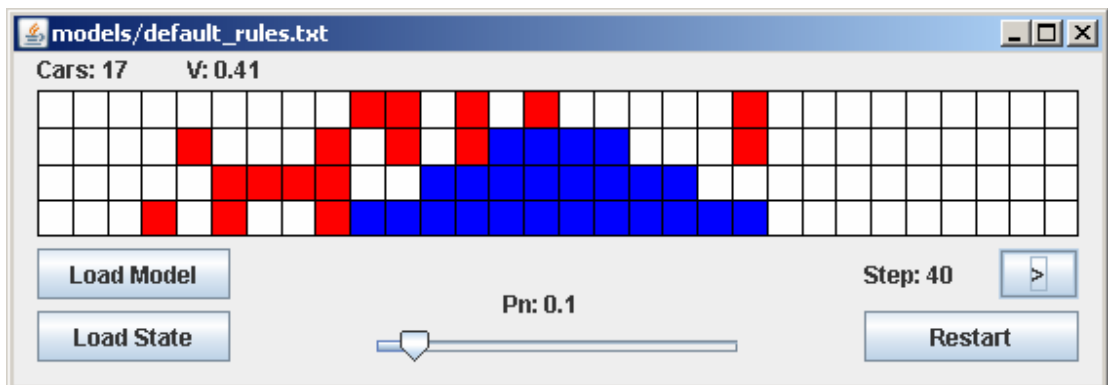


Рис. 14. Сужение Аничкова моста после 40 шагов

На рис. 15 представлено состояние дорожного полотна после шестидесяти шагов моделирования. Видно, что непосредственно перед сужением скопление автомобилей начинает превращаться в настоящую пробку. Средняя скорость движения падает со значения 0.41 (после сорока шагов) до значения 0.27.

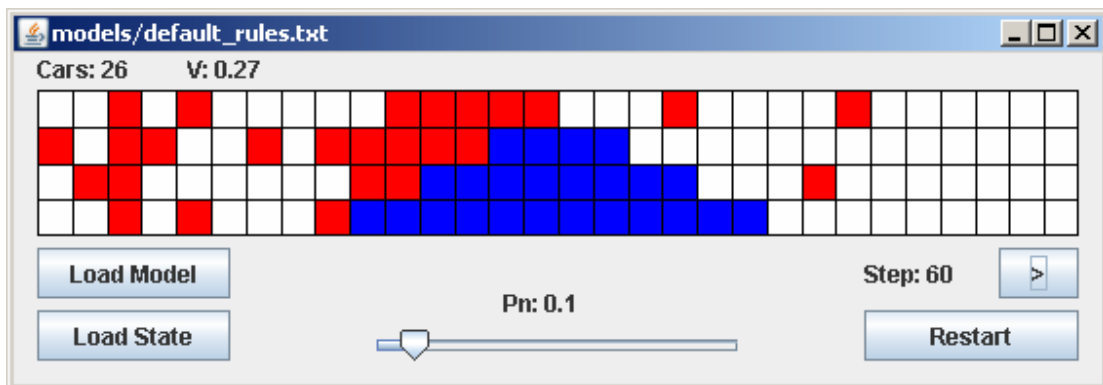


Рис. 15. Образование пробки в районе сужения Аничкова моста

На рис 16. проиллюстрировано состояние Невского проспекта в районе сужения Аничкова моста после 80-ти шагов моделирования. Размеры пробки перед сужением, то есть количество автомобилей, находящихся в состоянии плотного движения, продолжают увеличиваться. Средняя скорость движения продолжает падать, и ее значение составляет теперь 0.22. Образование пробки свидетельствует о том, что данный участок автодороги не способен пропускать автомобили, плотность появления которых определяется вероятностью $p_n = 0,1$.

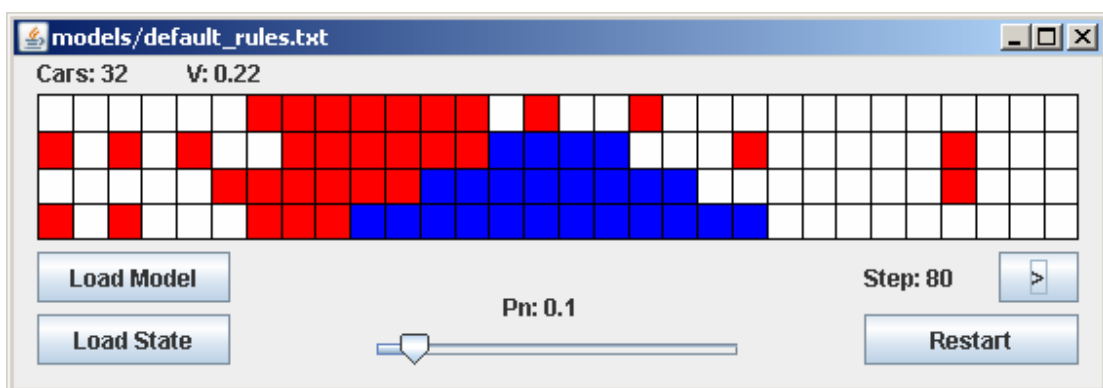


Рис. 16. Выраженная пробка в районе сужения Аничкова моста

На рис. 17, по прошествии ста шагов с момента начала моделирования, все отмеченные ранее тенденции к закреплению пробки перед сужением и замедлению дорожного движения сохраняются. Интересно, что при достаточно большом размере пробки, модель начинает отражать еще один закон плотного движения. Появляются так называемые «свободные окна» – участки дорожного полотна, которые появляются, когда автомобиль впереди уезжает, освобождая пространство. Когда следующий за ним автомобиль, в свою очередь, переезжает на освободившийся участок, «свободное окно» автоматически перемещается назад. В модели «свободные окна» формализованы в виде клеток в состоянии 0, рядом с которыми отсутствуют какие-либо другие клетки в состоянии 0.

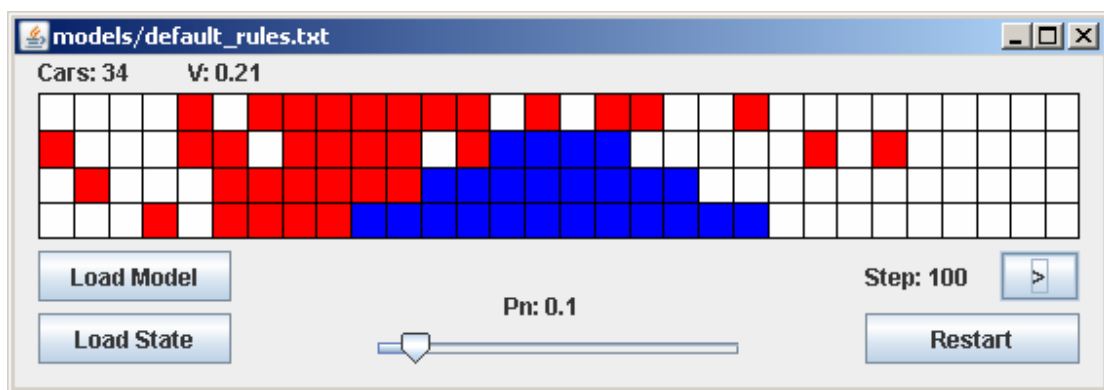


Рис. 17. Движение назад «свободных окон» при пробке

Сравнивая результаты данного эксперимента с реальной ситуацией в районе Невского проспекта, стоит отметить, что модель действительно отражает реальную скорость дорожного движения на участках до сужения, в момент сужения и после сужения. Однако, в реальной ситуации автомобилисты стараются перестроиться заблаговременно в самый левый ряд. «Левая» очередь получается длиннее, чем в модели. Это происходит из-за того, что правила, которые определяют изменение состояния каждой клетки, учитывают только состояние трех клеток непосредственно впереди данной. Отсутствие дальновидности автомобилей – это одно из свойств предложенной модели.

3.3. Вопрос о парковке в крайнем правом ряду

Целью данного эксперимента является показать, в какой мере запрет парковки в крайнем правом ряду автомагистрали способны улучшить дорожную ситуацию. Экземпляром модели в данном эксперименте выступает тот же самый набор правил, что и в разд. 3.2. При этом автомобили умеют объезжать препятствия, самопроизвольно перестраиваться из ряда в ряд. Их средняя скорость не превышает $V_{max} = 0,5$. В качестве стартового состояния выступает базовое стартовое состояние при наличии на нем ровно k припаркованных в случайном порядке автомобилей. Такой набор из экземпляра модели и стартового состояния соответствует четырехполосному участку Невского проспекта от Аничкова моста до Садовой улицы, на котором в настоящий момент еще не запрещена парковка в крайнем правом ряду. Стартовое состояние для $k = 8$ автомобилей может выглядеть сохраненным в виде текстового файла примерно так:

```
0
4 x 30
00000000000000000000000000000000
00000000000000000000000000000000
00000000000000000000000000000000
02000000002000000222002022000000
```

Как и в эксперименте, который описан в разд. 3.2, будем проводить контрольное измерение средней скорости движения на автомагистрали в момент времени $t_0 = 60$ шагов. В ходе проведения эксперимента будут изменяться целых два параметра, которые относятся к модели:

- число припаркованных автомобилей k будет варьироваться от 0 до длины магистрали n с шагом 1;
- вероятность p_n появления автомобилей в крайнем левом ряду будет варьироваться от 0 до 1 с шагом 0.01.

Предварительным результатом эксперимента является зависимость средней скорости движения от двух параметров: $V(k, p_n)$. Как следует из результатов эксперимента, проведенного в разд. 3.2, существует некоторое критическое значение скорости V_p , ниже которого движение можно считать плотным, а выше – относительно свободным. В данном эксперименте будем считать $V_p = 0,25$. Определим булеву функцию существования пробки $P(k, p_n)$ следующим образом:

$$P(k, p_n) = \begin{cases} 1, & V(k, p_n) < V_p \\ 0, & V(k, p_n) \geq V_p \end{cases}$$

Таким образом, для каждого k в диапазоне от 0 до n , модель способна показать, начиная с какого критического значения p_n , движение автомобилей на дороге будет являться плотным. Для того чтобы визуализировать эти результаты эксперимента, определим еще одну функцию $p_n^*(k)$ таким образом, что для всех $p_n > p_n^*$ будет выполняться $P(k, p_n) = 1$, и, наоборот, для всех $p_n \leq p_n^*$ будет верно, что $P(k, p_n) = 0$. В результате эксперимента можно построить график (рис. 18) зависимости $p_n^*(k)$:

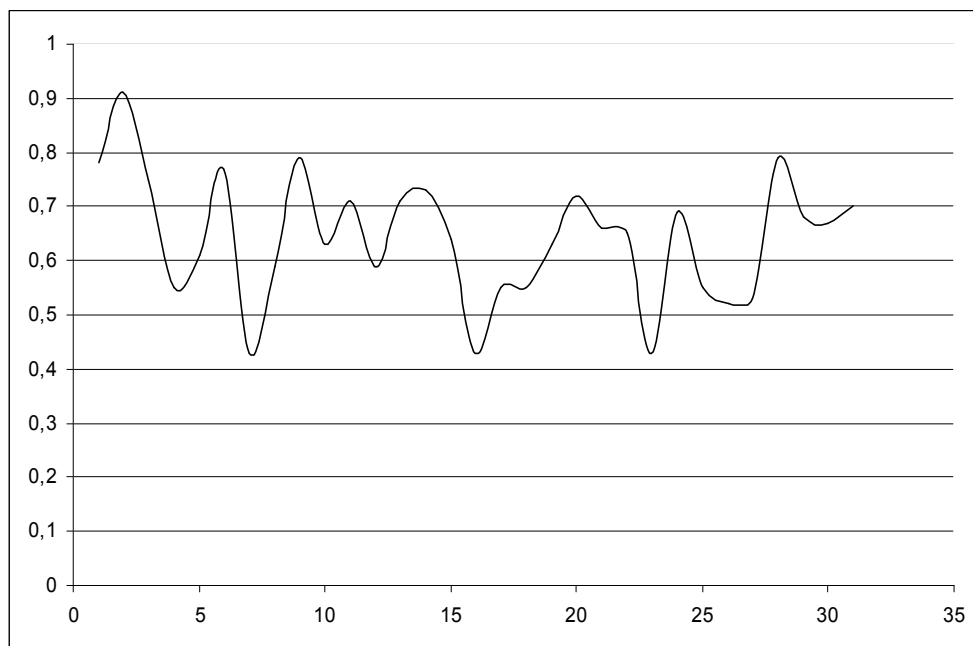


Рис. 18. График зависимости $p_n^*(k)$

Из этого графика видно, что наибольшее замедление на участке автомобильной дороги достигается при наполовину или на треть заполненном правом ряду. Это может показаться неожиданным, но ведь, действительно, в этом случае средняя скорость движения может оказаться медленнее, чем в случае, когда весь правый ряд заставлен автомобилями! Это объясняется тем, что некоторые водители предпочитают уйти направо, и впоследствии, увидев перед собой припаркованный автомобиль, вынуждены встраиваться в движение по более левой полосе. В то же время, заполненный целиком правый ряд не слишком существенно замедляет среднюю скорость движения на автомагистрали. Его роль заключается в том, чтобы уменьшить число машин, которые могут находиться на трассе и пропускную способность магистрали, не уменьшая при этом среднюю скорость движения по ней.

Ситуация, в которой небольшое число припаркованных в правом ряду автомобилей, приводит к образованию локальной пробки, проиллюстрирована ниже: (скриншоты)

```

60
4 x 30
11011101000000101000000001000000
111001011101011000011001110000
1111110111110000000111100100000
211111201122000000010212120200

```

Независимо от результатов проведенного эксперимента, правительство Санкт-Петербурга приняло решение о запрете парковки для Невского проспекта [35]. Наша модель показывает, что при этом пропускная способность Невского проспекта возрастет пропорционально отношению $p_n^*(0) / p_n^*(k)$. Таким образом, принятое решение окажет существенную пользу в вопросе оздоровления дорожной ситуации на главной городской автомагистрали.

3.4. Исследование влияния погоды на образование пробок

Целью данного эксперимента является моделирование влияния факторов риска на среднюю скорость дорожного движения. Важно отметить, что ни одна из существующих моделей дорожного движения на основе клеточных автоматов до сих пор не ставила перед собой задачу проведения подобных исследований. В этом смысле, предложенная модель является инновационной, и способна показать ряд явлений, которые могут иметь место быть в реальных повседневных поездках на автомобилях. Не секрет, что хотя бы одно ДТП способно серьезно замедлить дорожное движение на достаточно существенных участках сети автодорог. Более того, одно ДТП способно спровоцировать за собой цепочку нескольких следующих за ним из-за экстренного торможения, например, или увеличения других факторов риска.

В данном эксперименте будем использовать экземпляр модели с ненулевой вероятностью перехода из состояния **1** в состояние **2** при условии наличия хотя бы одной из трех клеток – аргументов функции f в состоянии **1**. При этом устанавливается соответствующее значение бита «жертва ДТП» для автомобиля впереди. Все остальные правила перехода из состояния в состояние остаются такими же, как и в эксперименте, который описан в разд. 3.2.

Вероятность $p_{\text{дтп}}$ столкновения двух автомобилей и перехода их одновременно в состояние **2** в данном эксперименте является варьируемым параметром. То, как набор правил, описывающий экземпляр модели при $p_{\text{дтп}} = 0.02$, представляется в виде текстового файла, показано ниже:

```
4 x 30
0.1
f(-1, -1, -1) = ((1, 1, 2, 0))
f(-1, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 0, 1) = ((0.48, 1, 2, 0), (0.02, 2, 0, 3), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 0, 2) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 1, 0) = ((0.48, 1, 3, 0), (0.02, 2, 0, 2), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 1, 1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
```

```

f(-1, 1, 2) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(-1, 2, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(-1, 2, 1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 3))
f(-1, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0))
f(0, 0, -1) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.05, 1, 1, 0), (0.05, 1, 3, 0),
(0.5, 1, 0, 0))
f(0, 0, 1) = ((0.38, 1, 2, 0), (0.1, 1, 1, 0), (0.02, 2, 0, 3),
(0.5, 1, 0, 0))
f(0, 0, 2) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, -1) = ((0.48, 1, 1, 0), (0.02, 2, 0, 2), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, 0) = ((0.28, 1, 1, 0), (0.2, 1, 3, 0), (0.02, 2, 0, 2),
(0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, 1) = ((0.48, 1, 1, 0), (0.02, 2, 0, 2), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 1, 2) = ((0.48, 1, 1, 0), (0.02, 2, 0, 2), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, -1) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, 0) = ((0.3, 1, 1, 0), (0.2, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, 1) = ((0.48, 1, 1, 0), (0.02, 2, 0, 3), (0.5, 1, 0, 0))
f(0, 2, 2) = ((0.5, 1, 1, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, -1) = ((0.48, 1, 2, 0), (0.02, 2, 0, 1), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, 0) = ((0.38, 1, 2, 0), (0.1, 1, 3, 0), (0.02, 2, 0, 1),
(0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, 1) = ((0.48, 1, 2, 0), (0.02, 2, 0, 1), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 0, 2) = ((0.48, 1, 2, 0), (0.02, 2, 0, 1), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 1, -1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(1, 1, 0) = ((0.48, 1, 3, 0), (0.02, 2, 0, 2), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 1, 1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(1, 1, 2) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(1, 2, -1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 1))
f(1, 2, 0) = ((0.48, 1, 3, 0), (0.02, 2, 0, 1), (0.5, 1, 0, 0))
f(1, 2, 1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 1))
f(1, 2, 2) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 1))
f(2, 0, -1) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 0, 0) = ((0.4, 1, 2, 0), (0.1, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 0, 1) = ((0.48, 1, 2, 0), (0.02, 2, 0, 3), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 0, 2) = ((0.5, 1, 2, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 1, -1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(2, 1, 0) = ((0.48, 1, 3, 0), (0.02, 2, 0, 2), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 1, 1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(2, 1, 2) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 2))
f(2, 2, -1) = ((1, 1, 0, 0))
f(2, 2, 0) = ((0.5, 1, 3, 0), (0.5, 1, 0, 0))
f(2, 2, 1) = ((0.98, 1, 0, 0), (0.02, 2, 0, 3))
f(2, 2, 2) = ((1, 1, 0, 0))

```

В качестве стартового состояния в данном эксперименте выступает базовое стартовое состояние – поле размера 4×30 клеток, где все клетки первоначально находятся в состоянии **0**. При этом первоначально этот участок дороги пуст – на нем нет ни ям, ни движущихся автомобилей, ни припаркованных автомобилей. Подробно базовое стартовое состояние описано в разд. 2.2.

В ходе эксперимента автомобили начинают постепенно появляться, двигаясь

слева направо. Вероятность появления новых автомобилей p_n в данном эксперименте жестко зафиксирована, и ее значение составляет 0,1. По мере движения автомобилей, некоторые из них начинают сталкиваться друг с другом, образуя на автомобильной дороге клетки в состоянии 2. Тем самым, средняя скорость движения на автодороге значительно уменьшается, движение становится более плотным, и, в конце концов, в рамках такой модели рано или поздно наступает настоящая автомобильная пробка.

В ходе эксперимента с данным экземпляром модели представляется интересным получить два конкретных результата. Первый результат будет описывать зависимость момента времени t_0 от $p_{\text{дтп}}$. Момент времени t_0 определяем как момент образования на автостраде плотного движения: $V < V_p$ для всех $t \geq t_0$. Значение порога определения плотного движения V_p в данном эксперименте также определено как 0,25. Значение варьируемой вероятности $p_{\text{дтп}}$ будет изменяться от 0,01 до 0,05 с шагом 0,01. Полученные результаты в графическом виде представлены на рис. 19.

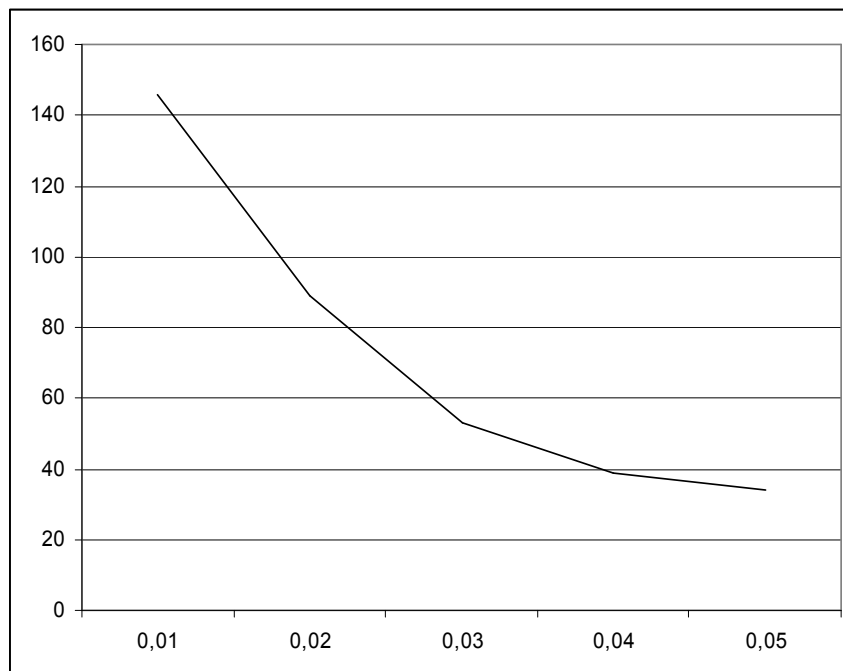


Рис. 19. График зависимости $t_0(p_{\text{дтп}})$

Из этого эксперимента достаточно хорошо видно, в какой мере увеличение риска образования ДТП ускоряет образование пробки на свободном участке автомобильной дороги. По мере увеличения риска возникновения ДТП, увеличивается число клеток, которые переходят из состояния 1 в состояние 2. Каждая такая клетка вызывает существенное замедление дорожного движения и, в свою очередь, еще больше увеличивает риск возникновения новых ДТП из-за увеличившейся плотности траффика.

Второй получаемый в данном эксперименте результат измеряется при фиксированном значении $p_{\text{дтп}} = 0,02$ и описывает темпы увеличения числа препятствий в зависимости от шага моделирования $jam(t)$. Для получения графика этой зависимости, независимый параметр t изменял свое значение с начального значения 30 шагов до конечного значения 90 шагов с шагом изменения t , равным единице. Полученный в ходе такого эксперимента график зависимости $jam(t)$ представлен на рис. 20.

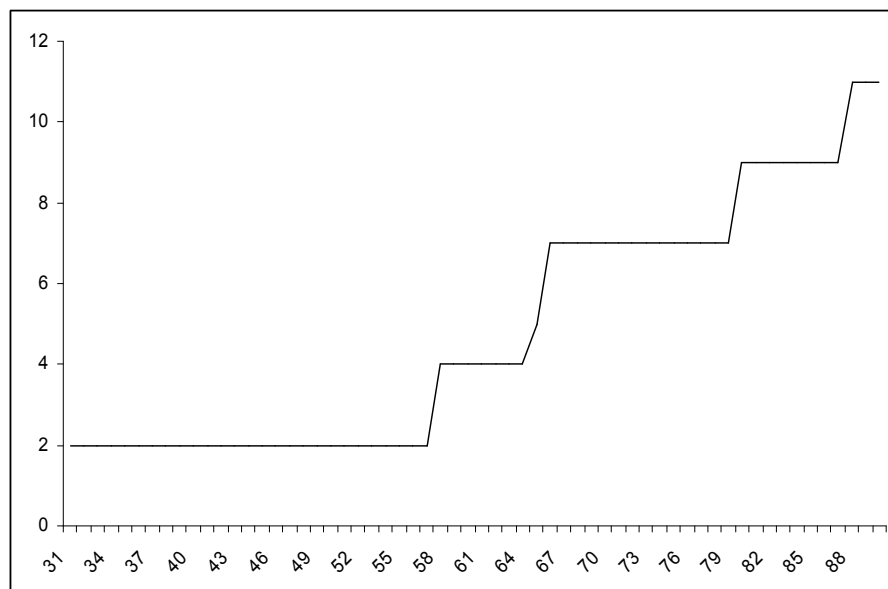


Рис. 20. График зависимости $jam(t)$

Вполне ожидаемым выводом из данной модели является скачкообразное уменьшение средней скорости движения после каждого столкновения двух

автомобилей. В текстовом представлении, сохраненная дорожная картина после шага $t = 90$, будет иметь вид:

```

90
4 x 30
0000000001200000000100200000000
012020000201000100001020000000
010200101102000000000011000200
0000100010200000010000000000120

```

Можно отметить локальные участки увеличения плотности трафика вблизи каждого из мест возникновения ДТП. В то же время из-за низкой концентрации числа автомобилей, движение между столкнувшимися автомобилями по-прежнему остается свободным.

Динамика изменения дорожной ситуации при ненулевом риске возникновения ДТП на участке в районе реконструкции Аничкова моста проиллюстрирована на серии из скриншотов (рис. 21–24). На рис. 21 представлено состояние дорожного полотна перед началом движения.

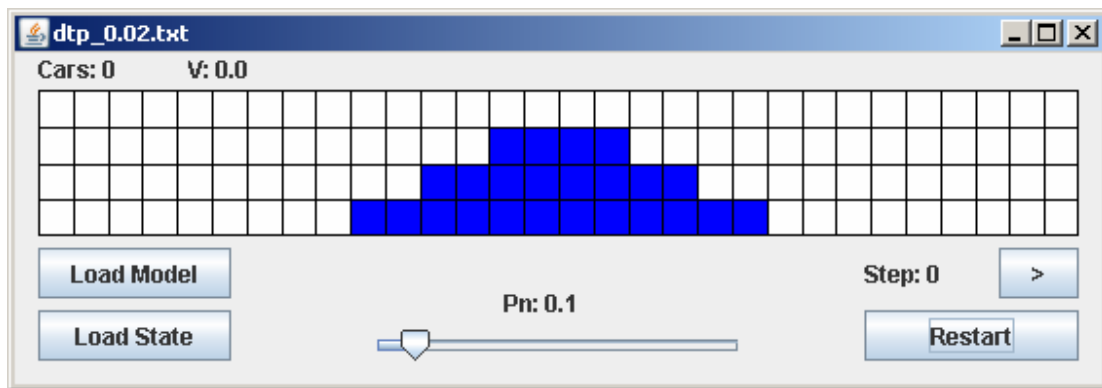


Рис. 21. Сужение Аничкова моста до начала движения

На рис. 22 представлена картина, которая возникает в изучаемом районе после двадцати шагов, при ненулевой вероятности $p_{\text{дтп}} = 0,02$. Видно, что два из шести появившихся автомобилей успели друг друга подрезать, и перегородить движение перед сужением, перейдя обоюдно из состояния **1** в состояние **2**.

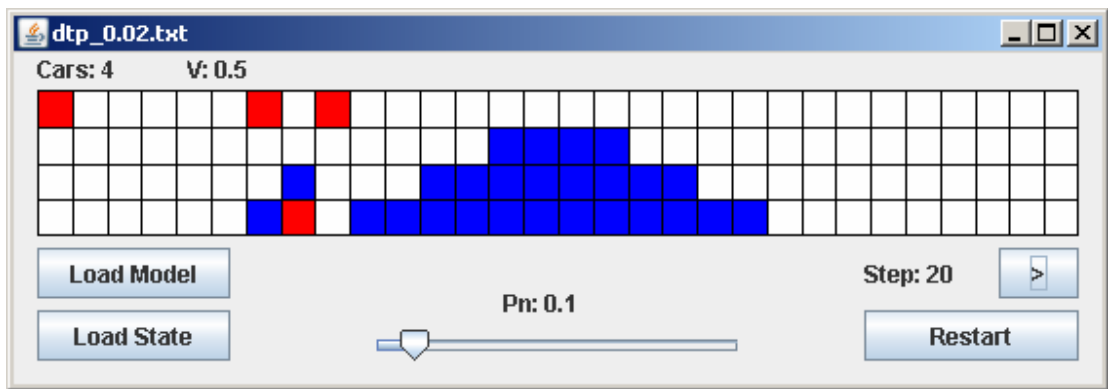


Рис. 22. Ситуация в районе сужения после 20 шагов

На рис. 23 проиллюстрировано дальнейшее развитие событий на этом участке автомагистрали. К моменту, когда с начала старта прошло сорок шагов, еще два автомобиля успели врезаться друг в друга и превратиться в препятствия для остальных автомобилистов.

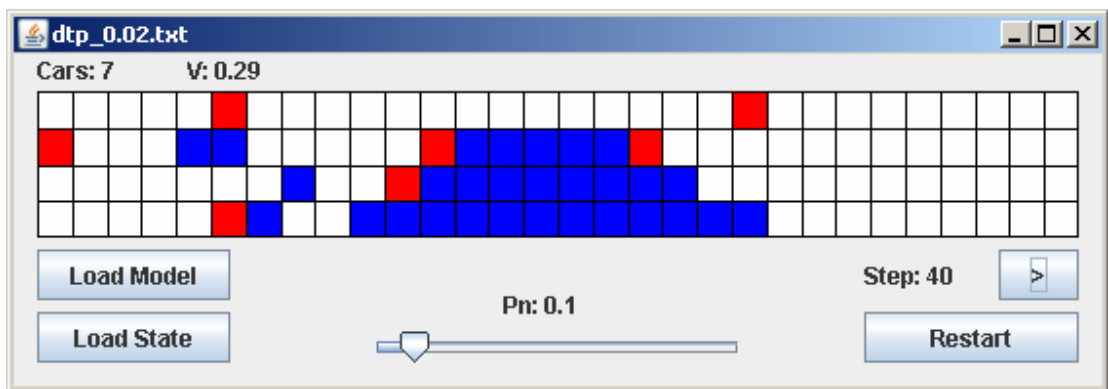


Рис. 23. Ситуация в районе сужения после 40 шагов

На рис. 24 показано начало конца дорожного движения на этом участке. С момента начала движения прошло уже 80 шагов, в течение которых произошло целых три дорожно-транспортных происшествия. Последнее ДТП произошло в самом узком участке дороги, непосредственно в месте сужения. Таким образом, ни один из автомобилей, находящийся перед сужением, не сможет через него проехать. Модель успешно показывает, что ДТП на однополосных участках способны полностью парализовать дорожное движение.

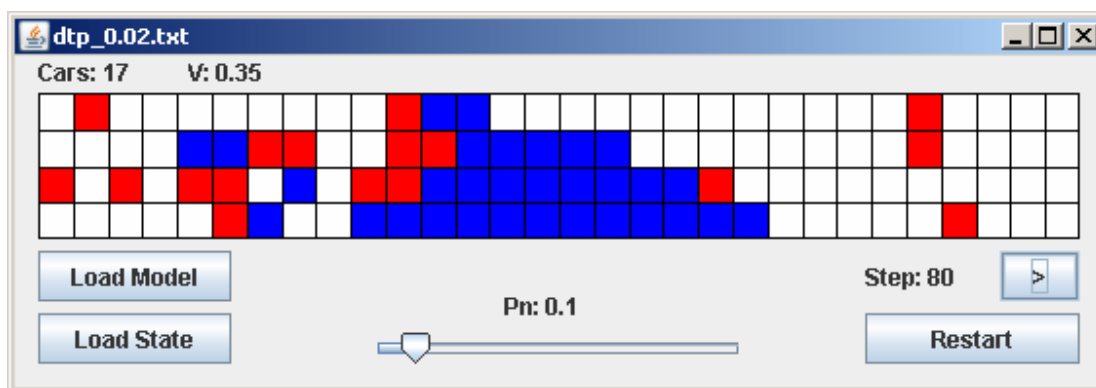


Рис. 24. Начало конца движения в районе Аничкова моста

Данный эксперимент хорошо показал тот факт, что клеточные автоматы могут быть применены к моделированию динамики изменения дорожного движения при наличии факторов риска возникновения ДТП. К таким факторам риска могут относиться:

- изменение погоды в худшую сторону;
- ухудшение дорожного покрытия на конкретном участке трассы;
- снижение концентрации водителей вследствие массовой усталости, например, после вечернего «часа пик».

Влияние каждого из этих факторов, которые оказывают негативное воздействие на дорожную ситуацию в целом, может быть количественно измерено при помощи предложенной модели на основе клеточных автоматов! Что и было успешно продемонстрировано в данном разделе работы.

3.5. Направления для дальнейших исследований

Предложенная модель позволяет провести исследования не только таких закономерностей на дороге, которые были описаны в разд. 3.2 – 3.4 данной работы, но и исследования множества других, не менее интересных закономерностей. Сочетание трех уникальных особенностей предложенной модели (вероятностный характер правил перехода, три состояния вместо двух,

многополосность), позволяют расширить данную работу за счет следующей серии экспериментов.

3.5.1. Серия планируемых экспериментов

Исследования на двухполосной трассе

Представляется интересным повторить эксперименты, которые описаны в разд. 3.2 – 3.4 данной работы, где дорожное полотно представлялось бы в виде клеточного автомата размера $2 \times n$. Доказав свою эффективность для четырехполосных магистралей (например, ряда участков Невского проспекта), такой автомат прекрасно подойдет и для моделирования дорожного движения по двум полосам. Большинство дорог в таком городе, как Санкт-Петербург, являются именно двухполосными трассами. Очевидно, что роль краевых эффектов, таких как припаркованные в правом ряду автомобили, для двухполосной трассы будет существенно выше, чем в случае четырехполосной магистрали. Поэтому интересно было бы провести подобное моделирование и получить количественные и качественные оценки, которые даст клеточный автомат для трассы размера $2 \times n$.

Исследование влияния числа полос

Кроме повторения всех исследований в случае двухполосной дороги, интересным было бы вообще проследить закономерность ослабления эффектов замедления из-за препятствий от числа полос. Как минимум, можно повторить те из экспериментов, которые описаны в разд. 3.3 и 3.4, с дополнительным варьируемым параметром m , представляющим собой число полос на автодороге.

В первом эксперименте можно зафиксировать вероятность p_n образования новых клеток в состоянии **1** в левом столбце клеточного автомата и для каждого из возможных значений числа полос m , найти такое предельное значение k ($1 \leq k \leq n$), начиная с которого средняя скорость в момент измерения t_0 будет

оказываться меньше, чем пороговая скорость V_p . Таким образом, получится график зависимости $k(m)$, который будет отражать уменьшение влияния припаркованных автомобилей на дорожную ситуацию на прямолинейном многополосном участке трассы.

Во втором предлагаемом эксперименте для фиксированных значений $p_{дтп}$, p_n и t_0 можно провести измерение зависимости средней скорости дорожного движения V от числа полос m . Такой эксперимент смог бы наглядно проиллюстрировать возможности широкополосных дорог по нивелированию значения дорожно-транспортных происшествий.

В целом, из описания предлагаемой модели в разд. 2.1, прямо следует, что клеточный автомат явным образом способен провести измерения зависимости многих эффектов дорожного движения от количества полос. Такая информация, безусловно, могла бы оказаться ценной для институтов, которые осуществляют проектирование автострад при выборе числа полос для той или иной магистрали.

Исследования на коротких участках дорог

Не секрет, что многие участки дорожного движения, особенно в исторических частях города, представляют собой достаточно небольшие куски дороги, на которых в длину может поместиться до 10-ти автомобилей. При таком существенном сокращении длины магистрали n , возникает вопрос о наличии краевых эффектов и об их роли во влиянии на измеряемые параметры. Многие из графиков, полученных в разд. 3.2 – 3.4 данной работы, могут стать в этом случае более дискретизированными и более резкими. Можно ввести некоторые параметры, которые характеризовали бы уровень резкости скачков, и измерять зависимость увеличения этого уровня резкости от уменьшения линейных размеров модели n . Вряд ли эта зависимость оказалась бы линейной. В любом случае, исследования на коротких участках дорог представляют собой достойную

тему для продолжения проведения научных изысканий в данной области.

Парковка в два ряда

На некоторых из оживленных городских магистралей Санкт-Петербурга, таких как, например, 9-я линия В.О., многие автомобилисты при парковке занимают не один правый ряд, а целых два. При этом они оставляют свои автомобили во втором ряду с включенными сигналами аварийной сигнализации. Данный фактор, безусловно, оказывает негативное влияние на скорость движения на таких магистралях. Многие автолюбители предлагают ввести поправки в действующее законодательство, которые позволили бы проводить принудительную эвакуацию автомобилей, препятствующих движению во втором ряду трассы. Однако для введения подобных жестких мер соответствующими инстанциями, необходимо четкое количественное обоснование введения такого запрета. В таком случае, предложенная модель на основе клеточного автомата с тремя состояниями, как нельзя лучше подходит для получения четких количественных оценок. Возможно, клеточные автоматы помогут в улучшении дорожной ситуации в Санкт-Петербурге и других городах!

3.5.2. Ограничения модели

Многие из направлений для дальнейших исследований лежат в области преодоления тех ограничений, которые возникают из свойств самой модели:

- **машины лишены памяти** – невозможно отслеживать перемещение какого-либо одного конкретного автомобиля, поскольку машина в модели – это всего лишь клетка в состоянии 1;
- **все машины равны** – и руководствуются одним и тем же набором правил при выборе направления для своего перемещения; в рамках данной модели невозможно задать автомобили, которые стремятся повернуть направо, или которые стремились бы занять левый ряд;

- движение на автомагистрали осуществляется **без учета зеркал заднего вида** – автомобили подрезают друг друга и перестраиваются из ряда в ряд, не обращая никакого внимания на движущиеся сзади машины; в реальной жизни такой эффект если и происходит, то очень редко;
- **правила на участке дороги едины** для всей исследуемой автомагистрали – в то время как в реальной жизни знаки дорожного движения и светофоры способны влиять на поведение автомобилистов по-разному на разных участках дороги.

Соответственно, направления для дальнейших исследований, которые связаны с преодолением вышеперечисленных ограничений, лежат в области расширения формального описания математической модели, описанной в разд. 2.1 данной работы. Кроме этих расширений, в модель было бы полезно ввести и такие, которые перечислены в списке ниже:

- **введение светофоров**, например, на последней линии дорожного полотна, позволило бы получить количественные оценки для описания процесса накапливания автомобилей перед светофором в момент красного сигнала, и уменьшения числа автомобилей в момент зеленого сигнала светофора;
- **введение машин разной скорости**, кроме всего прочего, позволило бы получить количественные оценки для числа обгонов на автодороге, что в свою очередь оказывает некоторое влияние на риск возникновения ДТП. Это интересное направление для расширения модели;
- **добавление грузовиков** – длинных автомобилей, которые занимают более чем одну клетку – обычно негативным образом сказывается на среднюю скорость движения из-за того, что ограничивает возможности автомобилей по перестроению из ряда в ряд; введение грузовиков в модель позволит оценить этот эффект количественно, и на основании полученных оценок принять решение о разрешенных маршрутах для грузового транспорта.

Необходимо отметить, что у предложенной модели дорожного движения существует и самое главное ограничение – она позволяет исследовать только прямой участок автомобильной дороги (является исключительно микромоделью). Введение ответвлений от дороги, перекрестков, или участков, где автомобили начинают двигаться в разных направлениях, в рамках парадигмы клеточных автоматов выглядит мало возможным. Соответственно, самое интересное направление для дальнейших исследований, направленное на преодоление этого принципиального ограничения, можно сформулировать так:

«Необходимо разработать модель дорожного движения на перекрестке, взяв за основу модели клеточный автомат».

Решение такой задачи – достойная тема для научной работы самого высокого уровня!

3.6. Выводы

При помощи разработанной программы моделирования был проведен ряд экспериментов, который позволил и на качественном, и на количественном уровне описать эффекты, которые происходят при:

- увеличении концентрации автомобилей на дороге;
- увеличении числа припаркованных в правом ряду автомобилей;
- изменении вероятности попадания автомобиля в ДТП.

Ясны и направления для проведения дальнейших исследований в этой области. Эти исследования имеет смысл проводить и в рамках текущей модели, и в направлении изменения модели для более корректного описания конкретных эффектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Автомобильные пробки ежегодно приносят огромные убытки экономике крупных городов, таких как Москва и Санкт-Петербург. Для борьбы с пробками предлагаются различные меры, такие как ограничение въезда или запрет на парковку. Для того чтобы оценить возможную эффективность той или иной меры, необходимо провести математическое моделирование. Все модели дорожного движения можно разбить на два больших класса: макромоделли и микромоделли. Макромоделли рассматривают граф автомобильных дорог в целом, оперируя терминами из гидродинамики, такими как «поток». Микромоделли рассматривают движение автомобилей на небольшом участке автодороги и измеряют те эффекты, которые суммируют влияние каждого индивидуального автомобиля на дорожную обстановку. В 1992-м году в работе [1] впервые было предложено провести микромоделирование на участке автодороги при помощи клеточных автоматов. Клеточные автоматы являются перспективным направлением для научных исследований [36]. Поэтому различные модели на основе клеточных автоматов в настоящий момент активно развиваются.

Исходя из этого, была поставлена задача разработать микромодель дорожного движения на основе клеточного автомата, которая была бы ближе к реальности Санкт-Петербурга и более адекватно бы описывала ситуацию на наших автодорогах, чем существующие модели. Основными особенностями предложенной модели являются:

- двумерность клеточного автомата;
- наличие состояния клетки, которое описывает препятствие;
- вероятностный характер правил перехода.

На основе этих особенностей было разработано формальное описание для математической модели, которая решает поставленную задачу. Оно приведено в

разд. 2.1. Затем, по этому описанию математической модели, была разработана и реализована программа на языке программирования *Java*, иллюстрирующая процессы, происходящие на автомагистрали. Эта программа имеет простой и понятный интерфейс и может применяться для получения количественных оценок характеристик дорожного движения.

При помощи разработанной программы моделирования был проведен ряд экспериментов, который позволил и на качественном, и на количественном уровне описать эффекты, которые происходят при:

- увеличении концентрации автомобилей на дороге;
- увеличении числа припаркованных в правом ряду автомобилей;
- изменении вероятности попадания автомобиля в ДТП.

Ясны и направления для проведения дальнейших исследований в этой области. Эти исследования имеет смысл проводить и в рамках текущей модели, и в направлении изменения модели для более корректного описания конкретных эффектов.

Суммируя все вышесказанное, можно отметить, что именно модель на основе клеточных автоматов сумела дать хорошие количественные оценки в ходе моделирования дорожного движения. Эффекты, которые показывает модель, демонстрируют ситуацию, которая соответствует реалиям Санкт-Петербурга.

Этой работе удалось внести свой вклад, как в развитие клеточных автоматов, так и в развитие методов моделирования дорожного движения!

ИСТОЧНИКИ

1. Nagel K., Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic // J. Physique I France. 1992. 2, pp. 2221–2229.
2. Астафьев Г. Б., Корновский А. А., Храмов А. Е. Клеточные автоматы. <http://cas.ssu.runnet.ru/sgnp/data/papers/Train/CellAutomat.pdf>
3. University of Exeter. Traffic Jam Mystery Solved By Mathematicians. ScienceDaily. <http://www.sciencedaily.com/releases/2007/12/071219103102.htm>
4. Телехов М. Штопор для пробок // Российская газета. 07. 12. 2006. http://www.transport.ru/1/12/i31_4004p0.htm
5. Машинописный маршрут /Приложение к газете «Коммерсантъ». № 166 (3742) от 13.09.2007. <http://www.kommersant.ru/doc.aspx?DocsID=801719>
6. Wang D. Official Google Blog: «Stuck in traffic?». 28.02.2007. <http://googleblog.blogspot.com/2007/02/stuck-in-traffic.html>
7. Блинкин М. Этиология и патогенез московских пробок /ПОЛИТ.РУ, 24.01.2008. <http://polit.ru/lectures/2008/01/24/probki.html>
8. Ogg E. Nokia turns people into traffic sensors //CNEWS. 8.02. 2008. http://www.news.com/8301-10784_3-9868169-7.html
9. Parkinson B. W. Global Positioning System: Theory and Applications. Chap. 1: Introduction and Heritage of NAVSTAR, the Global Positioning System. 1996. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, D.C., pp. 3–28.
10. Шебшаевич В. С., Дмитриев П. П., Иванцев Н. В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1993.
11. Navstar GPS and GLONASS: global satellite navigation systems. Daly, Electronics & Communication Engineering Journal. 1993. № 6, pp. 349 – 357.
12. Hull B., Bychkovsky V., Chen K. et al. CarTel: A Distributed Mobile Sensor Computing System /Proc. ACM SenSys. 2006.

<http://nms.lcs.mit.edu/papers/cartel-sensys06.pdf>

13. *Ball P.* Critical Mass: How One Thing Leads to Another. 2005.
14. *Hybrid microscopic-mesosopic traffic simulation.* Burghout. Wilco 2004.
Doctoral thesis. http://www.diva-portal.org/diva/getDocument?urn_nbn_se_kth_diva-72-1__fulltext.pdf
15. *Bellomo N., Coscia V., Delitala M.* On the Mathematical Theory of Vehicular Traffic Flow. I. Fluid Dynamic and Kinetic Modelling //Math. Mod. Meth. App. Sc. Vol. 12. 2002. № 12, pp.1801–1843.
16. *Schreckenberg M., Schadschneider A., Nagel K., Ito N.* Discrete stochastic models for traffic flow //Physical Review E (Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics). Vol. 51. 1995. № 4, pp.2939–2949.
17. *Watanabe H.* Optimal Velocity Model.
http://www.phys.cs.is.nagoya-u.ac.jp/~watanabe/sample/ov_e.html
18. *Bando M. et al.* //Jpn. J. Ind. Appl. Math. 1994. № 11.
19. *Okumura A., Tadaki S.* Asymmetric Optimal Velocity Model // Journal of the Physical Society of Japan. Vol. 72. 2003. №. 11, pp. 2754-2758.
20. *Wiedemann R.* Modelling of RTI-Elements on multi-lane roads. Advanced Telematics in Road Transport edited by the Comission of the European Community. DG XIII. Brussels. 1991.
21. *Fellendorf M., Vortisch P.* Validation of the microscopic traffic flow model VISSIM in different real-world situations / 80th Meeting of the Transportation Research Board. Washington. D.C., 2001.
22. *Treiber M., Hennecke A., Helbing D.* Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations // Physical Review. 2000. E 62 (2), pp. 1805–1824.

23. *Biham O., Middleton A., Levine D.* Self-organization and a dynamic transition in traffic-flow models // *Physical Review*. 1992. A 46 (10), pp. 6124–6127.
24. *Schadschneider A., Schreckenberg M.* Cellular automation models and traffic flow // *J. Phys. A: Math. Gen.* 1993, 26, pp.679–683.
25. *Schadschneider A., Schreckenberg M.* Car-oriented mean-field theory for traffic flow models, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 30(4), 1997, pp.69–75.
26. *Schadschneider A., Schreckenberg M.* Garden of Eden states in traffic models // *J. Phys. A: Math. Gen.*, 1998. 31(11), pp.225–231.
27. *Nagel K.*, Particle hopping models and traffic flow theory // *Phys. Rev. E*. 1996. 53(5), pp. 4655–4672.
28. *Fuks H., Voccaro N.* Generalized deterministic traffic rules // *Int. J. Mod. Phys. C*. 1998. № 9, pp.1–12.
29. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функционального анализа. М.: Наука, 1976.
30. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.
31. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск: РХД, 2001.
32. *MVC для начинающих.* <http://chtivo.webhost.ru/articles/mvc.php>
33. *Фролов А.* Ремонт Аничкова – разминка. Работа – впереди. <http://www.fontanka.ru/2008/04/21/082/>
34. *Фролов А.* Два месяца без Невского. <http://www.fontanka.ru/2008/06/18/094/>
35. *Наумов Л. А.* Разработка среды и библиотеки CAMEL для решения задач с использованием клеточных автоматов. <http://is.ifmo.ru/papers/camel/>
36. *Козловский Б.* Теорема светофора // *Русский репортер*. 2008. № 3. http://www.expert.ru/printissues/russian_reporter/2008/03/borba_s_probkami/