

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики  
Факультет информационных технологий и программирования  
Кафедра «Компьютерные технологии»

А.И. Еремеев

**Отчёт по лабораторной работе  
«Построение управляющих автоматов с помощью  
алгоритмов имитации отжига»**

Вариант №7

Санкт-Петербург  
2011 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....</b>	<b>4</b>
1.1. Задача об умном муравье .....	4
1.2. Автомат Мили .....	5
<b>2. АЛГОРИТМ ИМИТАЦИИ ОТЖИГА.....</b>	<b>5</b>
2.1. Больцмановский отжиг .....	5
2.2. Отжиг Коши.....	5
<b>3. РЕАЛИЗАЦИЯ.....</b>	<b>6</b>
3.1. Энергия системы .....	6
3.2. Генерация начальной точки .....	6
3.3. Генерация новой точки.....	6
<b>4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ.....</b>	<b>7</b>
<b>ИСТОЧНИКИ.....</b>	<b>11</b>

## **Введение**

В лабораторной работе требуется сравнить эффективность алгоритмов Больцмановского отжига и отжига Коши на примере задачи об умном муравье, построив автомат Мили, решающий её.

## 1. Постановка задачи

Задача данной лабораторной – сравнить алгоритмы Больцмановского отжига и отжига Коши, с помощью которых ищется наиболее близкий к оптимальному автомат Мили, состоящий из семи состояний, решающий задачу об умном муравье. Оптимальность автомата заключается в том, что муравей, управляемый данным автоматом, должен за ограниченное число шагов съесть всю еду на поле. При этом необходимо минимизировать число шагов.

### 1.1. Задача об умном муравье

В задаче об умном муравье рассматривается игровое поле размером 32 на 32 клеток, расположенное на поверхности тора (рис. 1).

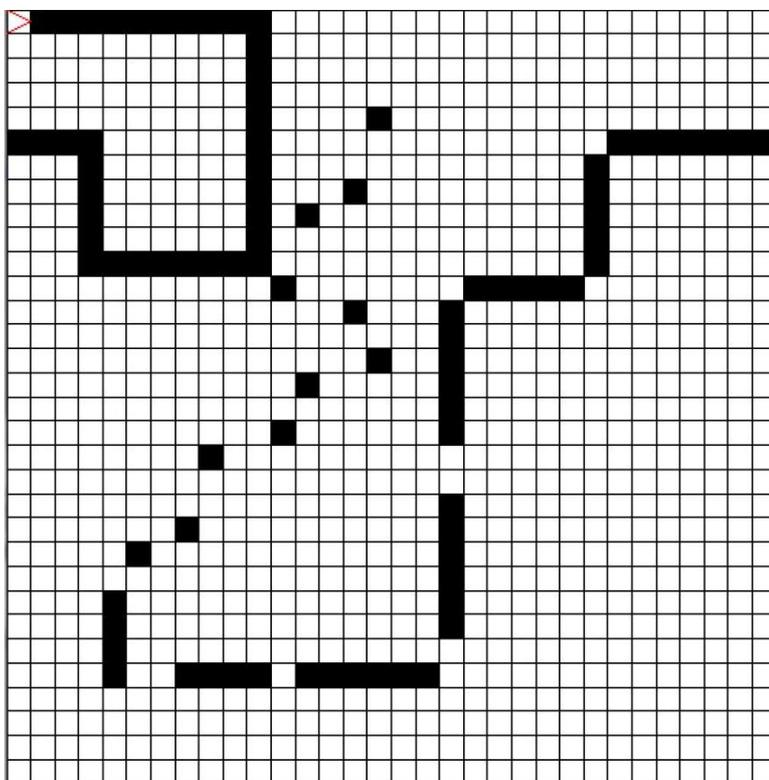


Рис. 1. Игровое поле

Некоторые клетки пусты, а на некоторых клетках находится по одному яблоку. Всего на игровом поле 89 яблок. Муравей начинает движение из левой верхней клетки и смотрит направо. За ход муравей может выполнить следующие действия:

- повернуть налево;
- повернуть направо;
- ничего не сделать;
- сделать шаг вперед, и если на этой клетке есть яблоко, то съесть его.

Всего делается 200 шагов. Требуется построить автомат, управляющий муравьём, который съест за минимальное число ходов все яблоки [2].

## 1.2. Автомат Мили

Автомат Мили — конечный автомат, выходная последовательность которого зависит от состояния автомата и входных сигналов. Это означает, что в графе состояний каждому ребру соответствует некоторое значение (выходной символ). В вершины графа автомата Мили записываются выходящие сигналы, а дугам графа приписывают условие перехода из одного состояния в другое, а также входящие сигналы.

Формальное определение

Автомат Мили  $A = \langle S, q_0 \in S, X, Y, \delta \rangle$

- $S$  – множество состояний
- $q_0$  – стартовое состояние
- $X$  – множество входных воздействий
- $Y$  – множество выходных воздействий
- $\delta : S \times X \rightarrow S \times Y$  – функция переходов

## 2. Алгоритм имитации отжига

Метод имитации отжига служит для поиска глобального минимума некоторой функции  $f(x)$  на пространстве  $S$ . Элементы множества  $S$  представляют собой состояния физической системы, а значение функции  $f(x)$  в этих точках используется как энергия системы  $E = f(x)$ .

Схема алгоритма имитации отжига:

1. Случайным образом выбирается точка  $x = x_0 \in S$ , текущим значением  $E$  устанавливается  $f(x_0)$ .
2.  $k$ -я итерация алгоритма состоит из следующих операций:
  - Сгенерировать новую точку  $x^*$  путем небольшого изменения точки  $x$ .
  - Вычислить значение функции в новой точке  $E^* = f(x^*)$ .
  - Сгенерировать случайное число  $\alpha$  из промежутка  $[0;1]$ .
  - Если  $\alpha < \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E^* - E}{T(k)}\right)}$  (где  $T(k) > 0$  - некоторая убывающая к нулю последовательность, которую обычно называют температурой системы) или  $E^* < E$ , то  $x = x^*$ ,  $E = E^*$  и перейти к следующей итерации, иначе повторить итерацию заново [1].

### 2.1. Больцмановский отжиг

В больцмановском отжиге изменение температуры задаётся формулой  $T(k) = \frac{T_0}{\ln(1+k)}$  [1].

### 2.2. Отжиг Коши

В отжиге Коши изменение температуры задаётся формулой  $T(k) = \frac{T_0}{k}$  [1].

## 3. Реализация

### 3.1. Энергия системы

В качестве энергии системы выбрана функция  $E(X) = Apples - \left( f + \frac{step - A}{step} \right) + 1$ , где  $X$  – автомат,  $Apples$  – начальное количество яблок на поле,  $step$  – количество шагов, за которое надо съесть все яблоки,  $f$  – количество яблок, съеденной за  $step$  шагов,  $A$  - последний шаг, на котором было съедено яблоко, 1 - поправка, которая делает функцию  $E(X) \geq 0$ .

### 3.2. Генерация начальной точки

Генерировался автомат Мили из семи состояний. Из каждого состояния автомата равновероятно генерировались переходы со случайными выходными действиями в случайные состояния. Такой автомат становится начальной точкой алгоритма имитации отжига.

### 3.3. Генерация новой точки

При генерации новой точки равновероятно выбираются и выполняются следующие действия[2]:

- *изменение начального состояния* – в этом случае новое начальное состояние выбирается случайно и равновероятно;
- *изменение действия на переходе* – случайно и равновероятно выбирается переход, и действие на нем изменяется на случайное;
- *изменение состояния, в которое ведет переход* – случайно и равновероятно выбирается переход, после этого целевое состояние перехода изменяется на случайно выбранное;
- *изменение условия на переходе* – случайно и равновероятно выбирается состояние, после этого переходы из этого состояния, соответствующие различным значениям входной переменной, меняются местами.

## 4. Результаты работы

Эффективность больцмановского отжига рассматривалась при температурах  $T_0 = 2,5; 5; 10; 15; 20; 25$ . Отжиг Коши запускался при температурах  $T_0 = 500; 1000; 2500; 5000, 7500; 10000$ . Для каждого значения температуры было проведено 10 запусков, ниже приведены усредненные графики каждого запуска для различных алгоритмов отжига (рис. 2, 3, 4, 5).

Из полученных результатов видно, что эффективность отжига Коши в среднем выше, чем больцмановского отжига, кроме того, больцмановский отжиг сходится гораздо медленнее, поэтому необходимо потратить значительно больше времени для получения хорошего решения.

На рис. 6, 7 приведены лучшие автоматы, которые были сгенерированы во время работы алгоритмов имитации отжига. Красным цветом выделено стартовое состояние.

Обозначения:

- входные воздействия:  $X$  - перед муравьем есть еда;  $!X$  - перед муравьем нет еды;
- выходные воздействия:  $F$  - муравей движется вперед;  $L$  - муравей поворачивается налево;  $R$  - муравей поворачивается направо.

Наилучшие решения для отжига Коши и Больцмановского отжига получились одинаковые по эффективности. Муравей, управляемый данными управляющими автоматами, съедает 88 яблок за 196 шагов.

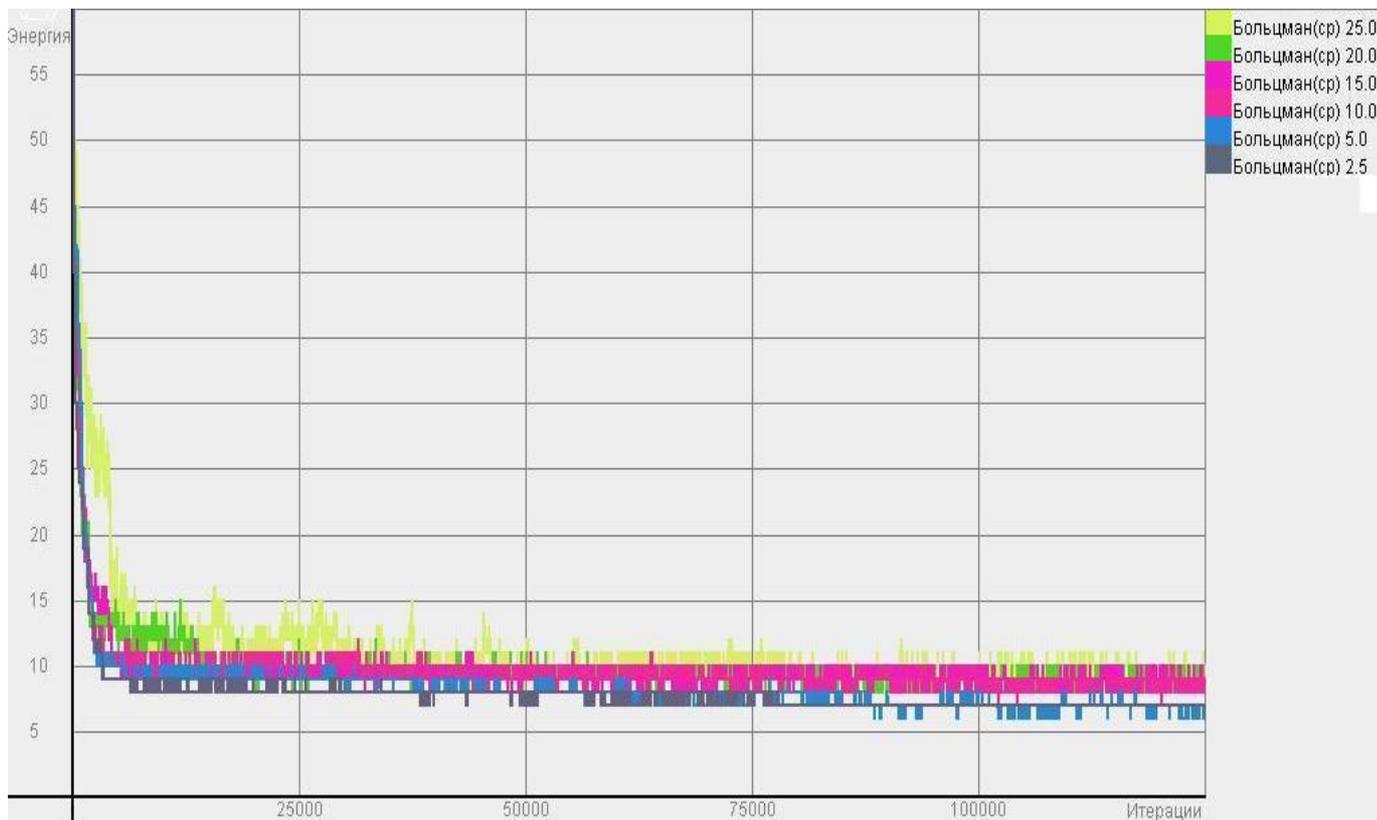


Рис. 2. График зависимости значения средней энергии от итерации алгоритма имитации отжига (больцмановский отжиг 1 – 125000 итераций)

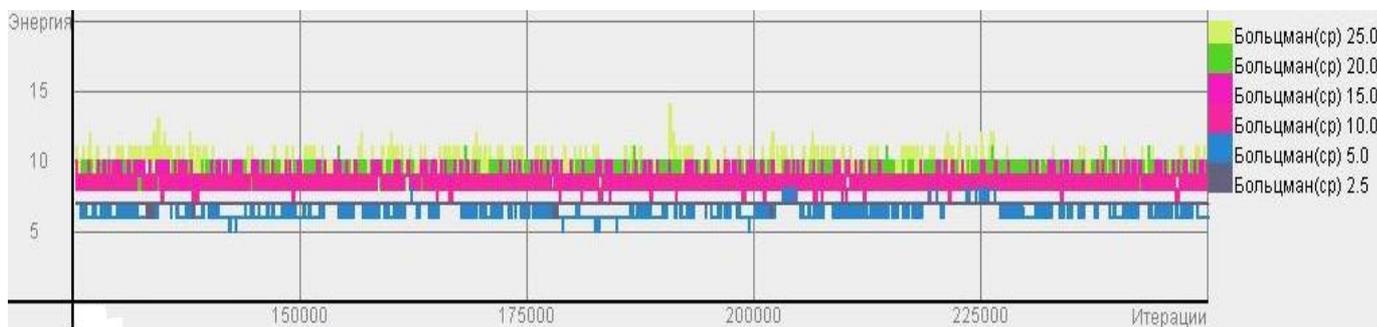


Рис. 3. График зависимости значения средней энергии от итерации алгоритма имитации отжига (больцмановский отжиг 125000 – 250000 итераций)



Рис. 4. График зависимости значения средней энергии от итерации алгоритма имитации отжига (отжиг Коши 1 – 50000 итераций)

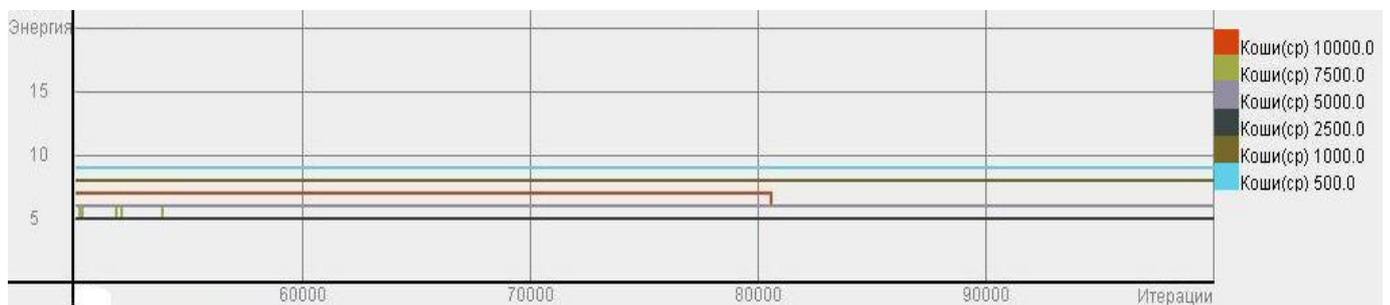


Рис. 5. График зависимости значения средней энергии от итерации алгоритма имитации отжига (отжиг Коши 50000 – 100000 итераций)

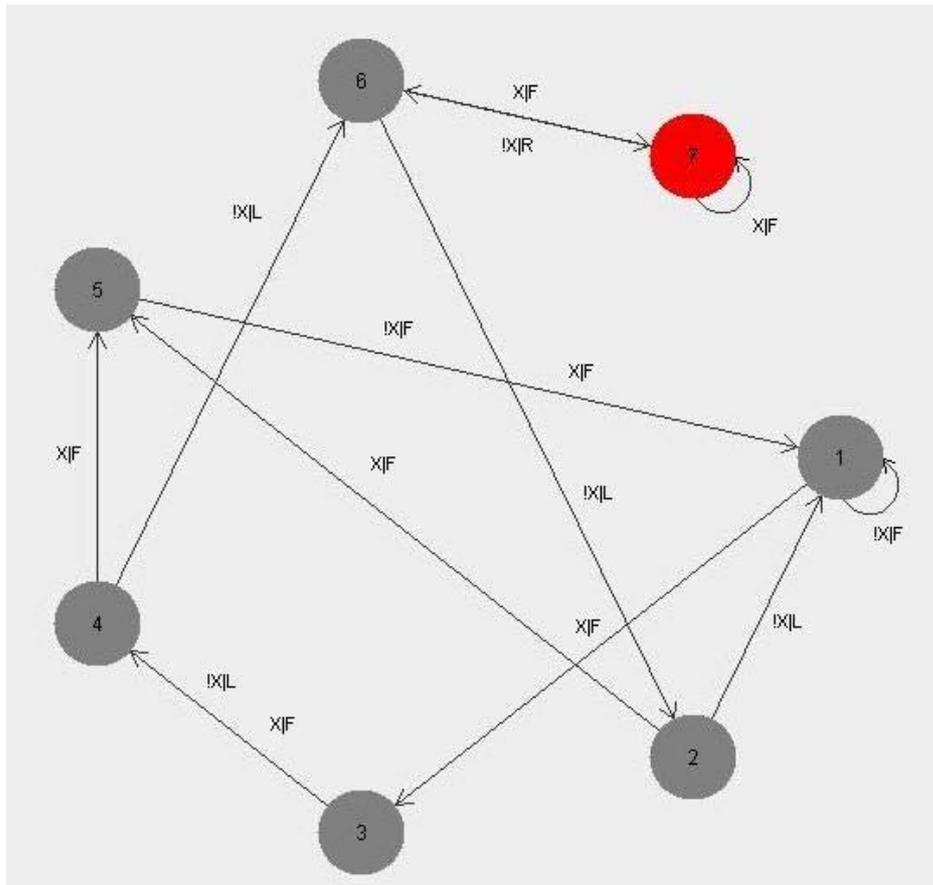


Рис. 6. Автомат Мили, построенный отжигом Коши

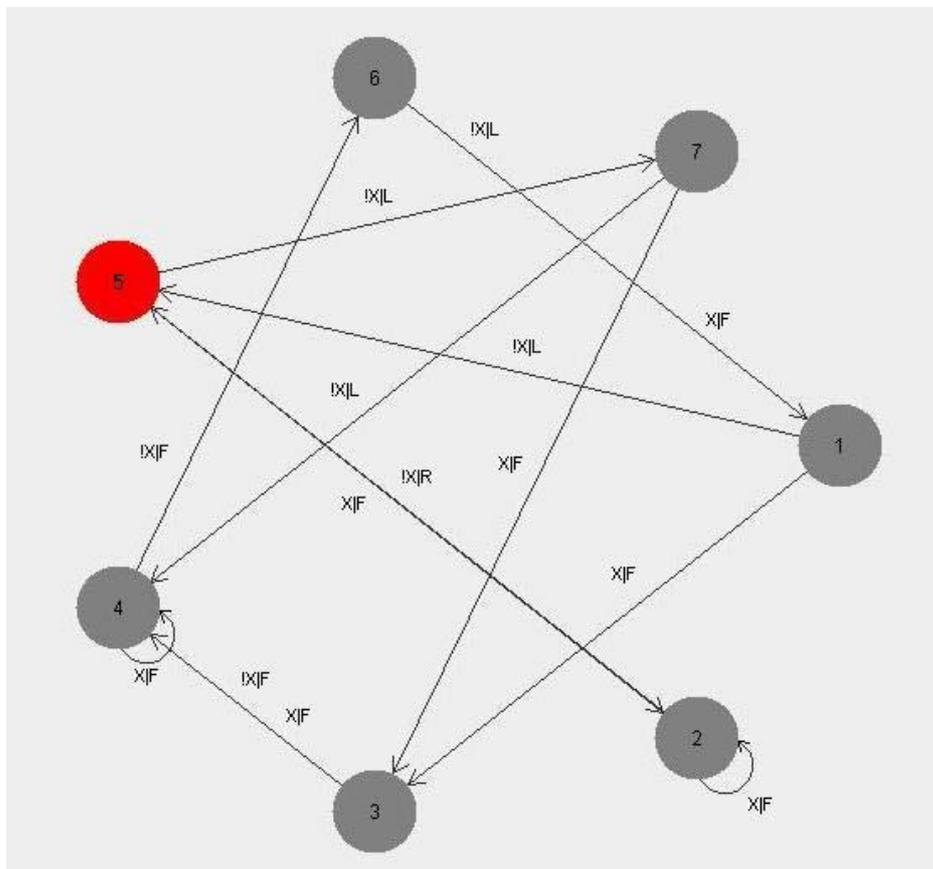


Рис. 7. Автомат Мили, построенный больцмановским отжигом

## **Источники**

[1] Метод имитации отжига. Конспект лекций А. Лопатина.  
<http://rain.ifmo.ru/~buzdalov/lab-2011/books/annealing.pdf>

[2] Поликарпова Н. И., Шалыто А. А. Автоматное программирование. – СПб.: Питер, 2009