В мир информатики

118 (16–31 декабря)

Газета для пытливых учеников и их талантливых учителей

Симфония фракталов

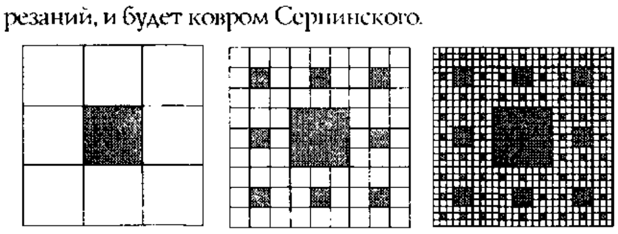
А.И. Азевич,
Москва

Окончание. Начало см. "В мир информатики" № 117 ("Информатика" № 23/2008)

Ковер Серпинского

Рассмотрим еще одну самоподобную фигуру, придуманную польским математиком В.Серпинским (1882–1969).

Она получается из квадрата последовательным вырезанием серединных квадратов. Проследим построения нового квартала более подробно. Разделим данный квадрат на девять равных квадратов и квадрат, расположенный в середине, вырежем. Получим квадрат с пустотой (*рис.* 9*а*). Для оставшихся восьми квадратов вновь повторим указанную процедуру. Разделим каждый из них на девять равных квадратов и серединные квадраты удалим (*рис.* 9*б*). Повторяя похожие построения, будем получать все более "дырявую" фигуру (*рис.* 9*в*). То, что остается после всех вырезаний, и будет ковром Серпинского.



а) б) в)

Рис. 9

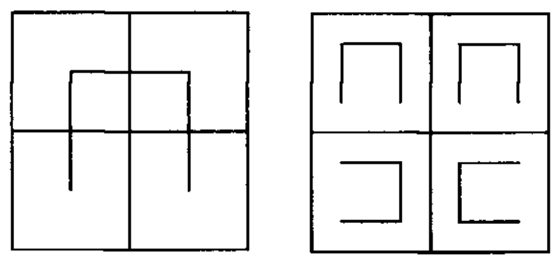
Поскольку вырезаемые квадраты располагаются все более часто, то в результате на ковре Серпинского не будет ни одного, даже самого маленького, квадрата без "дырки".

Начиная не с квадрата, а с равностороннего треугольника, и вырезая центральные треугольники, получим еще одну самоподобную фигуру, аналогичную ковру Серпинского. Она носит название "салфетки Серпинского" (*рис.* 10).

Рис. 10

Фрактальная кривая Пеано

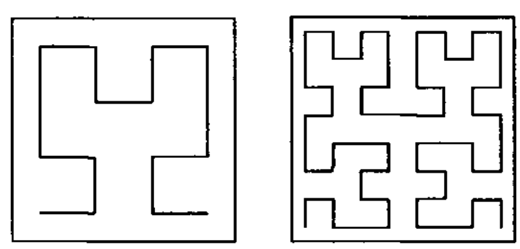
Необычный пример кривой, имеющей фрактальный характер, был получен Д.Пеано (1858–1932) и называется в его честь. Для ее построения разобьем данный квадрат на четыре равные квадрата и соединим их центры тремя отрезками, как показано на *рис.* 11*а*. Уберем внутренние стороны квадратов и из четырех копий составим фигуру, изображенную на *рис.* 11*б*.



а) б)

Рис. 11

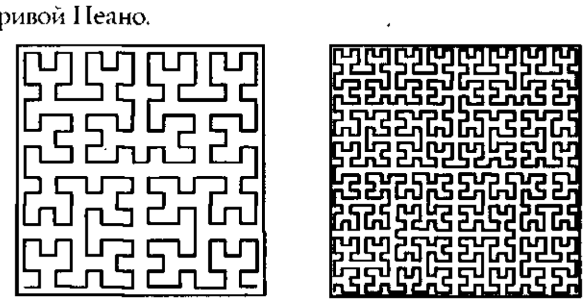
Снова удалим внутренние стороны квадратов и соединим тремя отрезками концы ломаных, как показано на *рис.* 12.



а) б)

Рис. 12

Повторяя описанную процедуру, будем получать все более сложные ломаные (*рис.* 13), приближающиеся к кривой Пеано.



а) б)

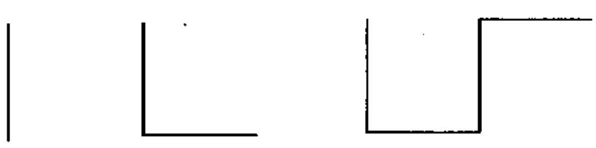
Рис. 13

Семинар

Отметим, что кривая Пеано непрерывна. Ломаные, участвующие в построении кривой Пеано, на каждом этапе проходят через все квадраты, а сами квадраты уменьшаются, стягиваясь к точкам исходного квадрата. Поэтому кривая Пеано будет проходить через все точки исходного квадрата, т.е. будет полностью заполнять весь исходный квадрат. Кроме того, она будет иметь бесконечную длину.

Дракон Хартера

Геометрическим фракталом является также так называемая "кривая дракона"[1]. Для ее построения возьмем отрезок (*рис.* 14*а*). Повернем его на 90° вокруг одной из вершин и добавим полученный отрезок к исходному. Получим уголок из двух отрезков (*рис.* 14*б*). Повторим описанную процедуру. Повернем уголок на 90° вокруг вершины и добавим полученную ломаную к исходной (*рис.* 14*в*).



а) б) в)

Рис. 14

Повторяя названные действия и уменьшая ломаные, будем получать все более сложные линии, напоминающие фигуру дракона (*рис.* 15).

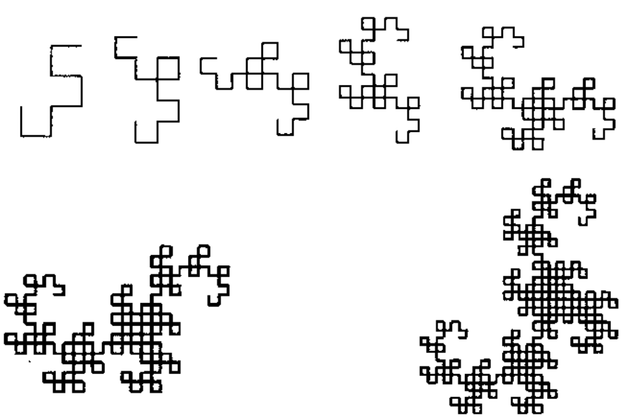


Рис. 15

Примечание редакции. Методика разработки программы, с помощью которой можно получить изображение кривой дракона, приведена в брошюре "Замечательные кривые" (Библиотечка "Первого сентября", серия "Информатика". Вып. 23, 2008 г.). Там же представлены программы для изображения так называемых "кривой Гильберта" и "кривой Серпинского".

Применение фракталов

Главное применение фракталов — современная компьютерная графика. С их помощью можно создавать плоские множества и поверхности очень сложной формы, посредством изменения параметров в том или ином уравнении.

Фрактальная геометрия незаменима при генерации искусственных облаков, морей, горных ландшафтов. Можно сказать, что ученые нашли простой способ представления сложных объектов, образы которых напоминают природные формы.

Большой вклад в теорию фракталов вносят мощные современные компьютерные программы, рисующие листья деревьев и папоротника, искусственные горные цепи, облака и не существующие в природе планеты с вымышленными океанами и континентами.

Таким образом, фракталы — это новая веха в науке XX в., с неисчерпаемой перспективой развития в веке XXI. Вот лишь несколько самых показательных примеров.

Компьютерные системы. Наиболее полезным использованием фракталов в компьютерной науке является фрактальное сжатие данных. В основе этого вида сжатия лежит тот факт, что реальный мир хорошо описывается фрактальной геометрией. При этом картинки сжимаются гораздо лучше, чем это делается обычными методами. Другое преимущество фрактального сжатия состоит в том, что при увеличении картинки не наблюдается эффекта пикселизации (увеличения размеров точек до размеров, искажающих изображение). При фрактальном сжатии после увеличения картинка часто выглядит даже лучше, чем до него.

Механика жидкостей и газов. Изучение турбулентности в потоках очень хорошо подстраивается под фракталы. Турбулентные потоки хаотичны, и поэтому очень сложно строить их модели. И здесь помогает переход к фрактальному представлению, что сильно облегчает работу инженерам и физикам, позволяя лучше понять динамику сложных потоков. Например, атмосфера Юпитера представляет собой одно из самых захватывающих зрелищ в Солнечной системе (*рис.* 16). Между ледяным холодом космического пространства и тысячеградусной жарой в глубинах атмосферного океана гигантской планеты зарождаются циклонические облачные вихри самых причудливых форм.

---

[1] Кривая дракона в популярной литературе впервые была описана в 1967 году в журнале "Scientific American". Заметка о ней появилась в колонке "Математические игры", которую вел выдающийся американский популяризатор науки Мартин Гарднер. Первоначально использовалось полное название кривой — "дракон Хартера — Хейтуэя", которое ей дал основатель компьютерной фрактальной геометрии Бенуа Мандельброт. В дальнейшем стали говорить просто о кривой дракона. — **Прим. ред.**

Рис. 16

Телекоммуникации. Для передачи данных на расстояние используются антенны, имеющие фрактальные формы, что сильно уменьшает их размеры и вес.

Физика поверхностей. Фракталы используются для описания кривизны поверхностей. Неровная поверхность характеризуется комбинацией из двух разных фракталов.

При помощи фракталов также можно моделировать языки пламени и другие, еще более сложные, физические процессы. Фрактальные формы хорошо передают пористые материалы, которые имеют очень сложную геометрическую структуру. Эти знания используются в науке о нефти.

Теория фракталов используется и при изучении структуры Вселенной.

Биология. Здесь такие примеры — биосенсорные взаимодействия и биения сердца, моделирование хаотических процессов, в частности, при описании моделей популяций. Интересным приложением фракталов является генерация деревьев, как плоских, так и пространственных. Компьютерная программа, с помощью которой строятся эти фракталы, позволяет изменять различные параметры дерева: от ветвистости, толщины ствола и веток до угла наклона веток и цвета листьев (*рис.* 17).

Рис. 17

Надо сказать, что природные объекты и явления, конечно, не являются фракталами в точном смысле этого слова. Однако с ассоциированными с ними фракталами можно производить точные расчеты, представляющие интерес для практики.

Фрактальное искусство

Еще одной захватывающей, но спорной областью применения фракталов служит компьютерное искусство. Фракталы не только служат ученым, но и помогают художникам передавать их мысли, чувства и настроения, воплощая самые невероятные фантазии. В наше время живописец уже не может обойтись без компьютерной программы, которая строит причудливые картины-фракталы (*рис.* 18).

Рис. 18

Таких картин в Интернете немало. Предпринимаются попытки обоснования искусства с точки зрения фракталов.

Фракталам посвящено множество различных сайтов. Эти удивительные компьютерные объекты имеют огромный практический и художественный потенциал. Значение фракталов для науки трудно переоценить. Создание практически точных моделей окружающей среды позволит лучше изучить природу и, кроме того, оценить и сами фракталы. И, может быть, когда-нибудь на уроках информатики и математики ученики будут изучать не только треугольники, пирамиды, углы и системы счисления, но и разнообразные фракталы.

Литература

1. *Азевич А.И.* Фракталы: геометрия и искусство. / Математика в школе, № 5/2005.

2. *Бондаренко В.А., Дольников В.Л.* Фрактальное сжатие изображений. / Автоматика и телемеханика, № 5/1994.

3. *Витолин Д.П.* Применение фракталов в машинной графике. / Computerworld—Россия, № 15/1995.

4. *Волошинов А.В.* Математика и искусство. М.: Просвещение, 2000.

5. *Вишик М.И.* Фрактальная размерность множеств. / Соросовский образовательный журнал, № 1/1998.

6. *Диков А.В.* Команды на LOGO конструируют фракталы. / Математика в школе, № 5/2005.

7. *Жиков В.И.* Фракталы. / Соросовский образовательный журнал, № 12/1996.

8. *Кроновер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. / Изд-во "Постмаркет", 2000.

9. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. / Изд-во "Институт компьютерных исследований", 2002.

10. *Морозов А.Д.* Введение в теорию фракталов. Нижний Новгород: изд-во Нижегородского университета, 2004.

11. *Пайтген Х.Ц., Рихтер П.Х.* Красота фракталов. Пер. с англ. М.: Мир, 1993.

12. *Пейперт С.* Переворот в сознании: дети, компьютеры и плодотворные идеи. М.: Педагогика, 1989.

13. *Федер Е.* Фракталы. Пер. с англ. М.: Мир, 1991.

14. *Шабаршин А.А.* Введение во фракталы. Екатеринбург, 1998.

15. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. / Регулярная и хаотическая динамика, 2001.

Ресурсы Интернета

1. *http://fractalworld.xaoc.ru/article/tree3.html*
2. *http://www.fractalartcontests.com/2007/winners.php*
3. *http://ru.wikipedia.org/wiki*
4. *http://www.fractals.nsu.ru/*
5. *http://multifractal.narod.ru/*
6. *http://fractals.narod.ru/*
7. *http://math.rice.edu/~lanius/frac/*