Глава 6

АСПЕКТЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ЗАДАЧАХ КАЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

6.1. ВВОДНЫЕ ПОНЯТИЯ

Содержательная и ценностная стороны объекта могут быть воспроизведены в его модели введением понятия пространства качественных различий (X, τ, $\varepsilon(\cdot)$) как *некоторая тройка*, где X – множество, τ – топология и $\varepsilon(\cdot)$ – *семейство классов качественных различий* (класс определяется из условий методов исследования системы).

Существует три типа подходов к выделению качественных различий в исследуемой системе [6].

1. Физическая неразличимость элементов класса, когда все элементы $y \in E(\cdot)$, $E(\cdot)$ – *класс качественных различий* в пространстве наблюдаемых переменных или модельном пространстве X, имеет одно и то же качественное содержание.

2. Сенсорная неразличимость, когда все элементы $y \in E(\cdot)$ в пространстве наблюдаемых переменных или модельном пространстве *не различимы* по проявлению качества q чувствительными элементами (рецепторами, датчиками наблюдений и т.п.).

3. Прагматическая неразличимость, когда все элементы $y \in E(\cdot)$ определенного на пространстве наблюдаемых переменных или модельном пространстве имеют *несущественное* различие по проявлению качества q для функционирования конкретного наблюдателя, вследствие чего все $y \in E(\cdot)$ в этом смысле неразличимы.

Все вышеперечисленные *подходы* объединяет выделение определенным способом *максимального множества-класса* $E(\cdot)$, элементы которого качественно или содержательно равнозначно интерпретируются. Как раз интерпретация элементов множества с качественной и содержательной стороны закладывается в основу методов анализа различий состояния системы [8]. Качественные свойства всех элементов, входящих в выделенный класс $E(\cdot)$, оцениваются характеристической функцией $\mu_q(y)$, определенной на X. *Выбор значений подобной функции может проводиться по принципам накопления качественных различий*. При пороговом принципе $\mu_q \in \{0,1\}$ ($\mu_q(y)=1$, если $y \in E(q)$, и $\mu_q(y)=0$, если $y \notin E(q)$). Если используется принцип относительной численной оценки накопления качественных различий, функция μ может принимать весь ряд значений из замкнутого интервала [0, 1].

6.2. НЕКОТОРЫЕ ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Произвольное подмножество A универсального множества X однозначно определяется

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{для } x \in A, \\ 0 & \text{для } x \notin A. \end{cases}$$

Л. Заде ввел новое понятие **нечеткого множества**, тем самым расширил класс подмножеств X [5].

Нечеткое множество может представляться с помощью числовой функции со значениями из всего отрезка [0, 1] – обобщенного индикатора. Эти обобщенные индикаторы в теории нечетких множеств названы **функциями принадлежности**. *Для некоторого нечеткого множества A значение функции принадлежности $\mu_A(x)$ трактуется как степень принадлежности точки x определенному множеству A.*

Для нечетких множеств можно определить следующие стандартные теоретико-множественные операции и отношения:

$$A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x),\ \forall x \in X,$$

$$A \subset B \Leftrightarrow \mu_A(x) \le \mu_B(x),\ \forall x \in X,$$

$$C = A \bigcup B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)],\ \forall x \in X, \tag{6.1}$$

$$C = A \bigcap B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)],\ \forall x \in X,$$

$$E = A' \Leftrightarrow \mu_E(x) = 1 - \mu_A(x),\ \forall x \in X.$$

Всякое нечеткое множество A может быть представлено как объединение нечетких подмножеств A с функцией принадлежности

$$\mu_A(x)/x = \begin{cases} \mu_A(x^*) & \text{для } x = x^* \in X, \\ 0 & \text{для } x \neq x^* \in X. \end{cases}$$

Это выражение можно записать для X-мощности континуума в виде

$$A = \int_X \mu_A(x)/x,$$

и для счетных X:

$$A = \sum_{x \in X} \mu_A(x)/x.$$

П р и м е р. Пусть $H = \{\langle a\rangle, \langle b\rangle, \langle c\rangle, \langle d\rangle\}$, тогда множество $A = \{\langle a\rangle, \langle b\rangle, \langle c\rangle\}$ является обычным (не нечетким) подмножеством H, а множество $G = \{\langle 0,4a\rangle, \langle b\rangle, \langle 0,7d\rangle\}$ – нечетким.

Если, например, $H = \{\langle 0\rangle, \langle 0{,}1\rangle, \langle 0{,}2\rangle, ..., \langle 1\rangle\}$, то нечеткое подмножество H может быть выражено в виде

$$G = \{\langle 0{,}4/0{,}3\rangle, \langle 0{,}5/0{,}6\rangle, \langle 0{,}1/0{,}8\rangle, \langle 1/1\rangle\}$$

или

$$J = \{\langle 0{,}6/0{,}3\rangle, \langle 0{,}5/0{,}6\rangle, \langle 0{,}9/0{,}8\rangle, \langle 0/1\rangle\}.$$

Причем в данном случае

$$G' = J \text{ и } \mu_G(h) = 1 - \mu_J(h).$$

Некоторые важные результаты теории нечетких множеств основаны на так называемом принципе расширения. Он заключается в следующем. Пусть f – отображение $X \to Y$, т.е. $y = f(x)$. Если A – нечеткое подмножество X:

$$A = \int_X \mu_A(x)/x,$$

то образ A при f будет

$$f(A) = \int_A \mu_A(x)/f(x).$$

Если f – бинарное отображение $X \times Y \to Z$ и A, B – нечеткие подмножества X, Y, то

$$f(A \times B) = \int_{X \times Y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) / f(x, y), \tag{6.2}$$

где $\wedge$ обозначает операцию min.

Нечеткий автомат представляет собой развитие понятия стохастического автомата переменной структуры и приспособлен к работе с входами «нечеткого» характера, по Заде.

Нечеткая величина принадлежит к категории величин, описывающих объекты с неопределенными границами, характеризуемыми функцией принадлежности, заданной на некотором множестве.

Таким образом, нечеткий автомат определяется шестеркой величин [Z, Q, U, F, H, $\Im$], в которой, кроме конечного множества нечетких входов $Z = \{z\}$, конечного множества состояний $Q = \{q\}$, конечного множества выходов $U = \{u\}$, функции переходов между состояниями F и выходной функции H, фигурирует еще вектор принадлежности $\Im$, определяющий нечеткое состояние системы. Для изменения значений функций принадлежности $\Im$ каждому нечеткому входу z^k можно поставить в соответствие матрицу пересчета векторов принадлежности $\Xi^k(n)$. Такой нечеткий автомат может скоординировать p элементарных движений, соответствующих отдельным подпроцессам так, чтобы они составили требуемое сложное движение, переводящее систему из некоторого начального состояния в требуемое.

6.3. НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫВОДЫ

Если исходные данные, цели и ограничения плохо поддаются формальному описанию в силу своей природы, то исследование таких систем с применением строгих математических методов вызывает значительные трудности.

В отличие от предыдущих логических систем, системы, базирующиеся на теории нечеткой логики, являются моделью приближенных рассуждений и выводов. Очень важное место в проблемах принятия решений занимает анализ ситуаций, в которых определяющими являются не количественные, а *качественные* характеристики. Основным назначением и *преимуществом нечеткой логики как раз и является построение формализаций качественных методов исследования*.

Нечеткую логику можно рассматривать как расширение логики Лукасевича [6], которая образует для нечеткой логики базовую логику. Значениями истинности в логике Лукасевича являются действительные числа на отрезке [0, 1] такие, что

$$u(z') = 1 - u(z)\,,\ u(z \vee m) \stackrel{\Delta}{=} \max(u(z), u(m))\,,$$

$$u(z \wedge m) \stackrel{\Delta}{=} \min(u(z), u(m))\,,\ u(z \Rightarrow m) \stackrel{\Delta}{=} \min(1, 1 - u(z) + u(m))\,,$$

где $u(z)$ – значение истинности предложения z; ', $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$ – операции отрицания, дизъюнкции, конъюнкции и импликации.

Изложенные выше значения истинности в нечеткой логике представляют нечеткие подмножества [0, 1], которым обычно приписываются лингвистические метки:

$$\begin{aligned}\aleph = (&\textit{истинно},\ \textit{ложно},\ \textit{не истинно},\ \textit{очень истинно},\\ &\textit{не очень истинно},\ \textit{более или менее истинно},\\ &\textit{не очень истинно и не очень ложно}, \ldots).\end{aligned} \tag{6.3}$$

Всякой метке $x \in \aleph$ соответствует функция принадлежности $\mu_x(u)$ такая, что

$$x = \int_0^1 \mu_x(u)/u\,. \tag{6.4}$$

Пусть, например, значение *истинно* определено как

$$\mu_{\text{ист}}(u) = \begin{cases} 0 & \text{для } 0 \le u \le \zeta, \\ 2\left(\dfrac{u-\zeta}{1-\zeta}\right)^2 & \text{для } \zeta \le u \le (\zeta+1)/2, \\ 1 - 2\left(\dfrac{u-\zeta}{1-\zeta}\right)^2 & \text{для } (\zeta+1)/2 \le г \le 1, \end{cases}$$

где $\zeta \in [0, 1]$.

Согласно (6.4) получим

$$\textit{истинно} \stackrel{\Delta}{=} \int\limits_{\zeta}^{(\zeta+1)/2} 2\left(\frac{u-\zeta}{1-\zeta}\right)^2 \bigg/ u + \int\limits_{(\zeta+1)/2}^{1} \left(1-2\left(\frac{u-\zeta}{1-\zeta}\right)^2\right) \bigg/ u$$

и, следовательно,

$$\textit{не истинно} = \int\limits_0^1 (1-\mu_{\text{ист}}(u))/u\ .$$

Значение *ложно*, выраженное через значение *истинно*, может выглядеть следующим образом:

$$\textit{ложно} \stackrel{\Delta}{=} \int\limits_0^1 \mu_{\text{ист}}(1-u)/u\ .$$

В целом подразумевается, что множество $\aleph$ значений истинности порождается контекстно-свободной грамматикой G, состав которой, кроме первичных терминов *истинно*, *ложно* и операций *и*, *или*, *не*, расширяется модификаторами *очень*, *более или мене*, *почти*, *около* и т.д.

Значения этих модификаторов являются отображением в себя алгебры нечетких подмножеств [0, 1]. Например, аппроксимацией для *очень* и *более или менее* служат операции концентрирования и растяжения:

$$\mathrm{con}(A) = \int\limits_U \mu_A^2(u)/u\ ,\ \mathrm{dil}(A) = \int\limits_U \mu_A^{1/2}(u)/u\ ,$$

где $A = \int\limits_U \mu_A(u)/u$.

Применение операции концентрирования к нечеткому множеству означает уменьшение нечеткости или неопределенности в задании этого множества. Часто это может быть связано с поступлением дополнительной полезной информации.

Применение же операции растяжения, наоборот, означает усиление неопределенности в задании нечеткого множества. Это может быть следствием либо потери части информации, либо неучета в исходной нечеткой модели информации, поступающей о дополнительных факторах [2].

П р и м е р. Пусть $\aleph$ имеет вид (6.3). Нетрудно проверить, что $\aleph$ порождается контекстно-свободной грамматикой G, система продукций которой определяется следующим образом:

$$
\begin{array}{ll}
T \to A; & C \to D; \\
T \to T \text{ или } A; & C \to E; \\
A \to B; & D \to \text{очень } D; \\
A \to A \text{ и } B; & E \to \text{не очень } E; \\
B \to C; & D \to \text{истинно}; \\
B \to \text{не } C; & E \to \text{ложно}. \\
C \to (T); &
\end{array}
\tag{6.5}
$$

Здесь каждая продукция индуцирует соответствующие отношения в H [0, 1], например, продукция $A \to A \text{ и } B$ соответствует $A_{\text{л}} = A_{\text{п}} \cap B_{\text{п}}$ (индексы «л» и «п» служат для различения левой и правой частей соответственно).

Таким образом, таблица отношений, двойственная к (6.5), будет

$$
\begin{array}{ll}
T \to A, & T_{\text{л}} = A_{\text{п}}; \\
T \to T \text{ или } A, & T_{\text{л}} = T_{\text{п}} \cup A_{\text{п}}; \\
A \to B, & A_{\text{л}} = B_{\text{п}}; \\
A \to A \text{ и } B, & A_{\text{л}} = A_{\text{п}} \cap B_{\text{п}}; \\
B \to C, & B_{\text{л}} = C_{\text{п}}; \\
B \to \text{не } C, & B_{\text{л}} = (C_{\text{п}})'; \\
C \to (T), & C_{\text{л}} = T_{\text{п}}; \\
C \to D, & C_{\text{л}} = D_{\text{п}}; \\
C \to E, & C_{\text{л}} = E_{\text{п}}; \\
D \to \text{очень } D, & D_{\text{л}} = D_{\text{п}}^2; \\
E \to \text{не очень } E, & E_{\text{л}} = (E_{\text{п}}^2)'; \\
D \to \text{истинно}, & D_{\text{л}} = \text{истинно}; \\
E \to \text{ложно}, & E_{\text{л}} = \text{ложно}.
\end{array}
\tag{6.6}
$$

Учитывая (6.5) и (6.6), можно получить, что значение $z = \text{не очень истинно и не очень ложно}$ является

$$\underbrace{\left[\underbrace{(истинно)^2}_{\text{очень}}\right]'}_{\text{не}} \underbrace{\bigcap}_{\text{и}} \underbrace{\left[\underbrace{(ложно)^2}_{\text{очень}}\right]'}_{\text{не}} .$$

Покажем теперь, как производятся операции над лингвистическими значениями истинности.

Пусть z и m – нечеткие предложения и их значения истинности выглядят следующим образом:

$$u(z) = \int_U \mu_A(u)/u = A \,,\; u(m) = \int_V \mu_B(v)/v = B \,. \tag{6.7}$$

Следуя принципу расширения (6.2) для произвольного отображения (*) $V \times U \Rightarrow W$,

$$A * B = \int_W (\mu_A(v) \wedge \mu_B(u))/u * v \,.$$

Подставляя формулы (6.1) для операций *и*, *или*, $\Rightarrow$ в (6.7), получим

$$u(z \textbf{ и } m) = \sum_{i,j} (\mu_i \wedge u_j)/v_i \wedge u_j \,,$$

$$u(z \textbf{ или } m) = \sum_{i,j} (\mu_i \vee u_j)/v_i \vee u_j \,,$$

$$u(z \Rightarrow m) = \sum_{i,j} (\mu_i \wedge u_j)/(1 \wedge (1-(v_i - u_j))) \,.$$

Причем результаты этих операций могут выходить за пределы $\aleph$, поэтому для произвольного значения истинности Ω, полученного из (6.3), требуется аппроксимация лингвистическими значениями истинности Ω^* из x: $\Omega^* = LA[\Omega]$.

Операция LA в общем случае не единственная, но в большинстве приложений Ω^* находят по критерию min его лингвистической длины [6].

На практике особую ценность имеет используемое в нечеткой логике композиционно правило вывода.

Правило логического вывода состоит в следующем. Пусть булевой переменной s присвоено значение A, т.е. «s есть A» ($s \in A$), и зависимость переменных s, U определяется отношением «U есть: **если** A, **тогда** B, **иначе** C», которое понимается как $U = (A \cap B) \cup (\neg A \cap C)$.

Тогда из этих соотношений по правилам булевой логики можно вывести

$$A \cup [(A \cap B) \cup (\neg A \cap C)] = B$$

или

$$A \cup (\textbf{если } A, \textbf{ тогда } B, \textbf{ иначе } C) = B . \qquad (6.8)$$

Для нечетких множеств A, B и C формула (6.8) заведомо неверна, так как интерпретация «s есть A», как $u \in A$, становится в этом случае бессмысленной. Естественный выход из этого затруднения состоит в том, чтобы интерпретировать «s есть A» как назначение лингвистического значения A тому свойству s, которое A определяет. Например, предложение «Андрей высокий» может быть описано как

Рост (Андрей) = *высокий*.

Здесь Рост – название переменной; Андрей – аргумент; высокий – присваиваемое логическое значение.

Подобно нечеткое предложение

$p \stackrel{\Delta}{=}$ Саша *намного выше* Тани

следует интерпретировать как

(Рост (Саша); Рост (Таня)) = *намного выше*.

В правой части стоит бинарное нечеткое отношение присваиваемой переменной, стоящей в левой части.

В общем случае пусть $U_1,...,U_n$ – некоторые универсальные множества, а $R = R(U_1, ...,U_n)$ – нечеткое ограничение в $U_1 \times U_2 \times ... \times U_n$.

Нечеткое предложение $p \stackrel{\Delta}{=} (u_1, ...,u_n)$ есть A может быть представлено как уравнение назначения ограничению R значения A: $R(u_1, ...,u_n) = A$.

Предположим, например, что

$P_1 \stackrel{\Delta}{=} u_1$ есть *маленький*,

$P_2 \stackrel{\Delta}{=} u_1$ и u_2 есть *приблизительно равны*, тогда предложения переводятся как уравнения назначения

$$R(u_1) = маленький\ , \tag{6.9}$$

$$R(u_1, u_2) = приблизительно\ \ равны\ . \tag{6.10}$$

Решение системы (6.9) – (6.10) относительно $R(u_2)$ задается как

$$R(u_2) = R(u_1) \circ R(u_1, u_2)\ , \tag{6.11}$$

где $\circ$ – знак композиции унарного ограничения u_1 и бинарного на (u_1, u_2).

Таким образом,

$$R(u_2) = LA[мал \circ приблизительно\ \ равны].$$

Правило вывода, базирующееся на решении отношения $R(u_2)$ в (6.9) – (6.11), называется композиционным правилом.

В общем случае его можно представить в виде

$$\frac{\begin{array}{l} A_1 : u_1 \text{ и } u_2 \text{ есть } A \\ A_2 : u_2 \text{ и } u_3 \text{ есть } B \end{array}}{} \Rightarrow A_3 : u_1 \text{ и } u_3 \text{ есть } LA[A \circ B],$$

где A и B – нечеткие отношения, выраженные в лингвистических терминах.

Одним из важных нечетких утверждений является предложение

$$\textbf{если } A, \textbf{ тогда } B, \textbf{ иначе } C\ , \tag{6.12}$$

соответствующее бинарному отношению

$$A \times B + (\neg A) \times C\ . \tag{6.13}$$

Применяя комбинационный вывод, можно показать, что если

$$R(u) = A\ ,\ R(u, v) = \textbf{если } A, \textbf{ тогда } B, \textbf{ иначе } C\ ,$$

то

$$R(v) = A \circ (A \times B + \neg A \times C) = B + A \circ (\neg A \times C) \neq B\ .$$

В частном случае обычных (не нечетких) A, B и C

$$A \circ (\textbf{если } A, \textbf{ тогда } B, \textbf{ иначе } C) = B\ .$$

Выражения (6.12) – (6.13) отражают наиболее простые отношения между нечеткими переменными. Для описания более сложных отношений используются так называемые нечеткие алгоритмы. **Нечеткий алгоритм** есть *упорядоченное* множество нечетких предложений:

1) назначающие инструкции:

$x = малый$;

$x = не\ малый\ и\ не\ очень\ большой$;

$x = приблизительно\ 5$;

2) условные нечеткие высказывания:

если $X - малый$, **тогда** $y - большой$, **иначе** $y - небольшой$,

если $X - положителен$, **тогда** $увеличивать\ y\ незначительно$;

3) безусловные инструкции:

«*умножить X на X*», «*идти к* 7» и т.д.

Выполнение этих предложений происходит в соответствии с композиционным правилом вывода. В предложениях нечеткие алгоритмы бывает удобно классифицировать на некоторые категории, например: алгоритмы управления, принятия решения, идентификации и т.д.

6.4. РЕГУЛЯТОР КАЧЕСТВА

Рассмотрим замкнутую систему автоматического регулирования (рис. 6.1) с передаточной функцией вида

$$W_{з.с}(p) = \frac{W_{об}(p) W_{и}(p,k)}{W_{об}(p) W_{и}(p,k) + 1}.$$

Здесь $W_{об}(p) = k_{об} \exp(-\tau p) / (T_{об} p + 1)$ – передаточная функция объекта управления; $W_{и}(p,k) = k / p$ – передаточная функция интегрирующего звена в канале регулирования; $k = k_0 + \varphi$ – коэффициент передачи; k_0 – параметр начальной настройки; φ – решение дифференциального уравнения вида

$$T \cdot \varphi' + 1 = \nu_j ,$$

где T – постоянная времени; ν_k – выходная величина блока *3*, принимающая к концу j-го цикла исследования значение

$$\nu_j = \nu_{j-1} + \Delta z .$$

Здесь ν_{j-1} – значение выходной величины блока *3* на предыдущем цикле исследования; Δz – корректирующий сигнал с выхода нечеткого логического регулятора (НЛР).

В системе задаются максимальный верхний E_1 и нижний E_2 уровни отклонения ошибки регулирования, с помощью которых на каждом цикле исследования блоком *1* вычисляются величины [9]:

$$\sigma_1 = \max(\varepsilon - E_1)\,,\ \sigma_2 = \min\left(|\,E_2\,| - |\,\varepsilon\,|\right),$$

на основании которых НЛР оценивает, насколько необходимо изменить коэффициент передачи регулятора основного контура регулирования.

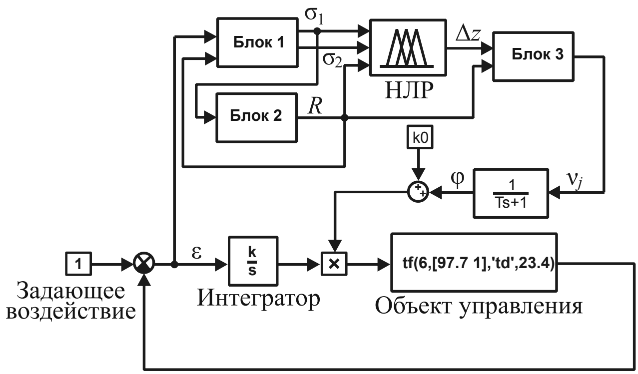

Рис. 6.1. Структурная схема системы автоматического регулирования

На НЛР возлагается задача выработки корректирующего воздействия в диапазоне изменения динамической ошибки регулирования относительно ее пороговых значений, поэтому при синтезе нечеткого регулятора используем алгоритм вывода по Мамдани [2] как наиболее простой и интуитивный. Несмотря на то что алгоритм Мамдани рекомендуют применять в других областях [10] (экспертные системы и системы принятия решений), он может эффективно работать и при разработке нечетких систем управления технологическим процессом.

Как показали исследования [7], при включении НЛР с алгоритмом Мамдани в анализируемую систему стабилизации целесообразно использовать его в качестве дополнительного канала управления, так как для работы НЛР с данным алгоритмом в прямом канале управления потребовалось бы ввести в схему дополнительные динамические звенья.

Таким образом, НЛР с алгоритмом Мамдани выступает в качестве корректирующего элемента к основному закону регулирования.

Нечеткий регулятор, включенный на параллельную коррекцию параметра И-регулятора, имеет три входа, один выход и вырабатывает сигнал коррекции Δz в зависимости от состояния входных сигналов σ_1, σ_2 и R. С помощью сигнала коррекции нечеткий регулятор изменяет коэффициент передачи основного регулятора.

Нечеткий регулятор состоит из трех основных блоков: блока фаззификации, блока нечеткого вывода и блока дефаззификации.

В первом блоке необходимо произвести фаззификацию входных сигналов, т.е. перевести четко определенные сигналы в нечеткую форму. Для этого сначала определимся с количеством нечетких высказываний для каждого входного сигнала, которыми будет оперировать база знаний НЛР, являющаяся содержательным компонентом блока нечеткого вывода. Для заполнения первоначально пустой базы знаний необходимо определить цели управления.

В данном случае целью управления является поддержание технологического параметра в заданном диапазоне отклонений от требуемого значения при возникновении контролируемых и неконтролируемых возмущений. При этом чем сильнее увеличивается отклонение технологического параметра от порогового значения, тем больше должно быть приращение, изменяющее коэффициент передачи регулятора.

Как уже упоминалось, НЛР имеет три входных сигнала. Для сигнала σ_1 запишем следующие высказывания: *«сильно большой»* (СБ); *«большой»* (Б); *«средний»* (С); *«малый»* (М); *«сильно малый»* (СМ). Для сигнала σ_2: *«положительный большой»* (ПБ); *«положительный средний»* (ПС); *«положительный малый»* (ПМ); *«нулевой»* (Н); *«отрицательный малый»* (ОМ); *«отрицательный средний»* (ОС); *«отрицательный большой»* (ОБ). Наконец, для R: *«разрешено»* (Р).

Тогда для выходного сигнала Δz примем следующие выражения: *«положительный большой»* (ПБ); *«положительный малый»* (ПМ); *«нулевой»* (Н); *«отрицательный малый»* (ОМ); *«отрицательный большой»* (ОБ).

Оперируя полученными входными и выходными лингвистическими переменными и поставленной целью управления, составляем базу знаний НЛР (табл. 6.1).

Таблица 6.1

База правил НЛР

σ_1	σ_2						
	ПБ	ПС	ПМ	Н	ОМ	ОС	ОБ
СБ	ОБ	ОБ	ОБ	Н	ПМ	ПБ	ПБ
Б	ОБ	ОБ	ОМ	Н	ПМ	ПМ	ПБ
С	ОМ	ОМ	ОМ	Н	Н	ПМ	ПБ
М	ОМ	ОМ	Н	Н	Н	ПМ	ПБ
СМ	Н	Н	Н	Н	Н	ПМ	ПБ

Выбрав лингвистические переменные и составив базу знаний НЛР, можно перейти к этапу фазификации, целью которого является установление соответствия между конкретными значениями отдельной входной переменной НЛР и значениями функций принадлежности соответствующего ей терма входной лингвистической переменной. По завершении этого этапа должны быть определены конкретные значения функций принадлежности по каждому из лингвистических термов, которые используются в табл. 6.1, для всех входных переменных.

Итак, будем использовать множества A_1 = {«СБ», «Б», «С», «М», «СМ»}, A_2 = {«ПБ», «ПС», «ПМ», «Н», «ОМ», «ОС», «ОБ»}, A_3 = {«Р»} в качестве терм-множеств первой, второй и третьей входных лингвистических переменных соответственно, кусочно-линейные функции принадлежности которых изображены на рис. 6.2, *а*, *б*, *в*.

В качестве терм-множеств выходной лингвистической переменной будем использовать множество B = {«ПБ», «ПМ», «Н», «ОМ», «ОБ»} с функциями принадлежности, изображенными на рис. 6.2, *г*.

Далее используется алгоритм вывода Мамдани, формально заключающийся в следующем [2]:

– агрегирование подусловий в нечетких правилах. Для нахождения степени истинности условий каждого из правил используются нечеткие логические операции. Те правила, степень истинности которых отлична от нуля, считаются активными и используются для дальнейших расчетов;

– активизация подзаключений в нечетких правилах. Осуществляется по формуле

$$\mu'(y) = \min\{c_i, \mu(y)\},$$

где $\mu(y)$ – функция принадлежности терма, который является значением некоторой входной переменной; c_i – степень истинности подзаключений для каждого из правил. Для сокращения времени вывода учитываются только активные правила;

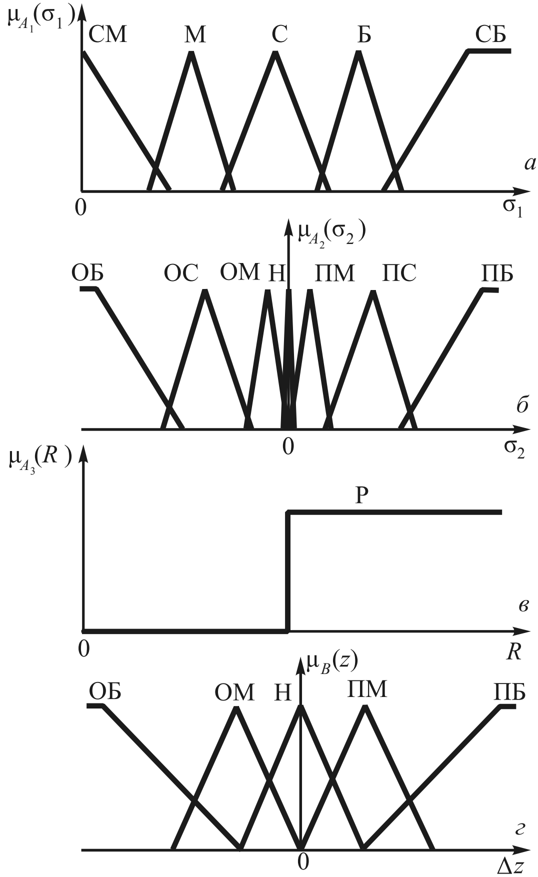

Рис. 6.2. Функции принадлежности для: *а* – первой, *б* – второй, *в* – третьей входной переменной; *г* – выходной переменной

– аккумуляция заключений нечетких правил продукций. Осуществляется объединение нечетких множеств, соответствующих термам подзаключений, принадлежащим к одним и тем же выходным лингвистическим переменным:

$$\mu_D(x) = \max\left\{\mu_A(y), \mu_B(y)\right\},$$

где $\mu_A(y)$, $\mu_B(y)$ – функции принадлежности объединяемых нечетких множеств;

– дефазификация выходных переменных осуществляется по методу центра тяжести:

$$y = \left[\int\limits_{\min}^{\max} x\mu(x)dx\right] \Big/ \left[\int\limits_{\min}^{\max} \mu(x)dx\right],$$

где y – результат дефазификации; x – переменная, соответствующая входной лингвистической переменной; $\mu(x)$ – функция принадлежности нечеткого множества; $\min$, $\max$ – левые и правые точки интервала носителя нечеткого множества рассматриваемой входной переменной.

Опишем работу регулятора (рис. 6.3). При превышении ошибки регулирования первого порогового значения E_1 начинается отсчет времени блоком *2* и вычисление величин σ_1 и σ_2 блоком *1*. По истечении времени, равного циклу исследования $T_{ц}$, блок *2* формирует импульс R длительностью $T_{зам}$, разрешающий изменение коэффициента передачи регулятора. При появлении импульса R НЛР на основе значений σ_1 и σ_2, а также базы знаний формирует импульс длительностью $T_{зам}$ и амплитудой Δz, на величину которой необходимо изменить коэффициент передачи регулятора. Сигнал с НЛР поступает на блок *3*, который, в свою очередь, изменяет свой выходной сигнал ν_j на величину Δz и фиксирует его до прихода следующего импульса R. При появлении координаты ν_j коэффициент передачи регулятора k начинает изменяться на ее величину в течение некоторого времени T [3]. По истечении времени, равного $T_{ц} + T_{зам}$, величины σ_1 и σ_2 обнуляются и цикл повторяется заново.

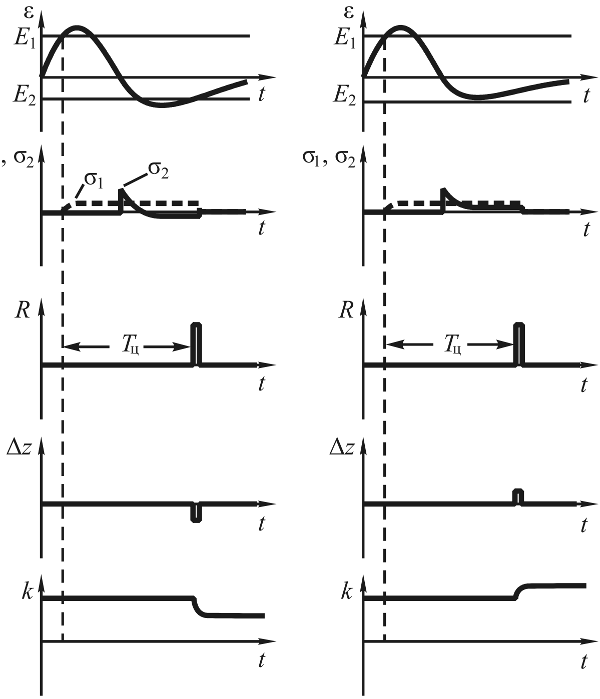

Рис. 6.3. Временная диаграмма работы регулятора

В табл. 6.2 приведены сравнительные оценки качества переходных процессов в рассматриваемой системе регулирования, в системах с И- и ПИ-регуляторами при их фиксированных настройках и действии параметрических возмущений на объект управления. Параметры И- и ПИ-регуляторов рассчитывались по методу расширенных амплутудно-фазочастотных характеристик при заданной степени затухания переходного процесса в замкнутой системе, равной 0,95, при втором интегральном критерии качества и параметрах объекта регулирования $k_{об} = 6$; $T_{об} = 97{,}7$ с; $\tau = 23{,}4$ с.

Как видно из табл. 6.2, при различных постоянных времени объекта управления переходные процессы автоматической системы регулирования с линейными регуляторами имеют различные качественные показатели.

Таблица 6.2

Сравнительные показатели качества переходного процесса

Показатели качества переходного процесса	Нечеткий регулятор качества			И-регулятор с фиксированной настройкой			ПИ-регулятор с фиксированной настройкой		
	$T_{об}$, с								
	50	97,7	150	50	97,7	150	50	97,7	150
ψ	0,95	0,95	0,95	0,98	0,95	0,9	0,42	0,96	0,96
σ, %	22,9	22,5	22,6	9,8	22,5	31,1	79	38	40
$t_р$, с	470	585	1035	432	585	1070	517	136	295

Для оценки качества работы синтезированного регулятора воспользуемся формулой (5.6) для обобщенного показателя качества системы относительно степени затухания [1]. На рис. 6.4 представлены результаты моделирования для рассматриваемой системы автоматического регулирования и системы с ПИ-регулятором при изменении постоянной времени объекта управления в диапазоне от 50 до 150 с.

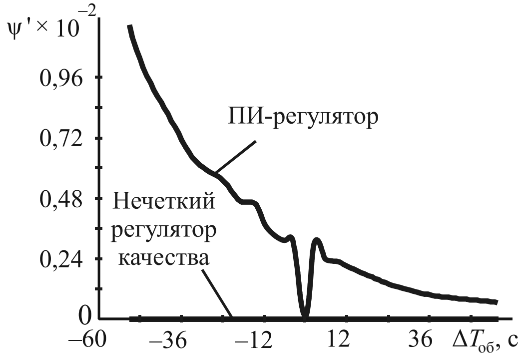

Рис. 6.4. Результаты моделирования системы автоматического регулирования при параметрическом возмущении: обобщенный показатель качества системы относительно степени затухания

Таким образом, рассмотренное управляющее устройство придает всей системе автоматического регулирования способность поддерживать на заданном уровне не только технологический параметр, но и динамику изменения его во времени, т.е. регулировать качество технологического процесса. Разработанный регулятор придает всей системе инвариантность по отношению к параметрическим возмущениям (см. рис. 6.4.). Применение теории нечеткой логики позволило оценивать величину адаптирующего воздействия, которую необходимо ввести в систему автоматического регулирования, что позволило достигнуть поставленную цель управления за один цикл исследования. Регулятор может применяться совместно с различными технологическими объектами, динамические характеристики которых меняются как в узких, так и в широких пределах.

6.5. ВЫВОДЫ

Применение устройств управления, базирующихся на принципах теории нечетких множеств, позволяет использовать для целей управления информацию качественного характера, которую трудно формализовать при реализации традиционных законов регулирования. Полученные системы оказываются малочувствительными к возмущениям в определенном диапазоне и отличаются улучшенными характеристиками по сравнению с системами, функционирующими совместно с классическими регуляторами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Козлов Ю.М., Юсупов Р.М.* Беспоисковые самонастраивающиеся системы. – М.: Наука, 1969. – 456 с.
2. *Леоненков А.* Нечеткое моделирование в среде MatLab и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ–Петербург, 2003. – 763 с.
3. *Математические* модели технологических процессов и разработка систем автоматического регулирования с переменной структурой: Сб. тр. Гинцветмета № 21 / Под общ. ред. Б.Н. Петрова. – М.: Металлургия, 1964. – 468 с.
4. *Мелихов А.Н., Бернштейн Л.С., Коровин С.Я.* Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
5. *Нечеткие* множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
6. *Петров Б.Н., Уланов Г.М., Гольденблат И.И., Ульянов С.В.* Теория моделей в процессе управления. – М.: Наука, 1978. – 224 с.
7. *Соловьев В.А., Владыко А.Г., Легенкин В.С.* Применение нечеткой логики в устройствах регулирования энергетическими объектами // Электроэнергетика и энергосберегающие технологии: Межвуз. сб. науч. тр. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 1998. – С. 125–133.
8. *Шидловский С.В., Светлаков А.А.* Нечеткая классификация признаков в системе контроля знаний // Тез. докл. региональной науч.-методич. конф. «Со-

временное образование: массовость и качество». – Томск: ТУСУР, 2001. – С. 57–59.

9. *Шидловский С.В., Светлаков А.А*. Перестраиваемые структуры в системах автоматического управления технологическими процессами, инвариантные к изменению динамических характеристик объекта // Электронные средства и системы управления: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Томск: Изд-во Института атмосферы СО РАН, 2004. – Ч. 2. – С. 103–106.

10. *Fuzzy* Logic Toolbox User's Guide // The MathWorks, Inc., 1998.