

## **ДИНАМИКА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

---

---

### **4.1. ВВОДНЫЕ ПОНЯТИЯ**

Автоматизация производства – этап машинного производства, характеризуемый освобождением человека от непосредственного выполнения функций управления производственными процессами и передачей этих функций автоматическим устройствам. При автоматизации производства процессы получения, преобразования, передачи и использования энергии, материалов и информации выполняются автоматически [18].

Полная автоматизация является составной частью технического процесса и обеспечивает наивысшую технико-экономическую эффективность, поэтому одним из важнейших критериев целесообразности проводимой автоматизации должны быть результаты предшествующих экономических исследований.

Отличительной особенностью любого машинного производства является частичная автоматизация. В рамках рассмотрения конкретного технологического процесса управление сводится к реализации воздействию средств труда на предмет труда в заданной последовательности. Определение этой последовательности и есть определение закона управления данным процессом. Для простых технологических процессов, происходящих всегда при одних и тех же условиях, закон управления может быть представлен в виде совершенно определенной и неизменной программы движений орудий труда относительно обрабатываемого материала – предмета труда.

Комплексная автоматизация – системный охват автоматизации производственных и экономико-административных процессов в рамках агрегата, отдельного технологического процесса, цеха, предприятия и более высоких производственных и хозяйственных формаций. Комплексная автоматизация базируется на достигнутом уровне развития

кибернетики и, в частности, ее разделов – технической кибернетики и экономической кибернетики [18].

Автоматизация играет узловую роль в нашем обществе. Разнообразные автоматические устройства позволяют увеличить выпуск продукции в расчете на одного работающего, чтобы сбалансировать инфляционные издержки и рост заработной платы. Потому в промышленности используется термин «производительность» (в первую очередь – производительность труда) – отношение выпуска продукции к реальным затратам в расчете на один час рабочего времени. Кроме того, промышленные предприятия стремятся постоянно улучшать потребительские качества выпускаемой продукции, что без развитой автоматизации становится весьма затруднительной, а иногда просто неразрешимой задачей. Таким образом, автоматизация позволяет увеличить производительность и повысить качество выпускаемой продукции.

Технологический процесс, протекающий в регулируемом объекте, в общем случае характеризуется несколькими регулируемыми величинами. Соответствие между производительностью и нагрузкой агрегата (объекта) характеризует качественные показатели технологического процесса, и поэтому задача регулирования агрегата обычно заключается в поддержании заданных значений регулируемых величин. Поддержания заданных значений регулируемых величин сводится к своевременному воздействию на соответствующие регулирующие органы.

В большинстве случаев промышленные установки являются сложными регулируемыми объектами с несколькими регулируемыми величинами. Такие объекты можно разделить на ряд простых. В дальнейшем под термином «регулируемый объект» мы будем понимать элементарный объект, характеризуемый одной выходной регулируемой величиной и обладающий одним регулирующим органом.

Такое представление позволяет описать регулируемую величину как некоторую функцию, зависящую от соответствующих воздействий. Тогда сам объект регулирования представляет собой модель «вход – выход», где «выходом» является место контроля регулируемой величины, а «входом» – место приложения регулирующего воздействия. Кроме регулирующего воздействия, на регулируемую величину влияют возмущающие воздействия, вызванные особенностями конкретного технологического процесса. Поэтому в общем случае в объект регулирования могут быть введены дополнительные входы, позволяющие при-

близить описание регулируемой величины к реальному технологическому параметру с заданной степенью детализации.

Входы объекта считаются различными, если возмущающее воздействие одной и той же формы (например, скачкообразное), приложенное к этим входам, дает различные формы переходного процесса. Несколько выходов могут геометрически находиться в одной и той же точке (например, давление и температура рабочего тела на выходе линейного участка в трубопроводном транспорте).

Динамические свойства регулируемых объектов, как и других элементов систем регулирования, могут быть представлены в различных формах.

Строгого определения понятия объекта в общем случае не существует. Оно всегда противопоставляется другому, двойственному ему понятию «субъект». Субъект имеет способность воспринимать, преобразовывать и использовать информацию об объекте. Такая способность называется интеллектом. Объект – одно из самых общих понятий. Трудно привести пример того, что не является объектом. Все, что постигается, эксплуатируется или создается человеком, есть объекты. Объекты могут быть реальными и идеальными, в частности математические, в общем случае на их природу никаких требований не накладывается.

Среди всего разнообразия объектов выделяются так называемые системы, которые представляют собой совокупность элементов (объектов), находящихся в отношениях и связях друг с другом и образующих при этом определенную целостность и единство.

Любой объект обладает определенными свойствами, проявляющимися при взаимодействии с другими объектами. Если зафиксировать некоторую систему и в качестве одного из ее элементов помещать тот или иной объект, то система будет каким-то образом реагировать на эти объекты.

Объектом является все то, о чем возможна информация, т.е. объектом является все то, что является элементом некоторого множества [17].

Объект, представляющий собой совокупность взаимосвязанных элементов (объектов), называется системой. Всякая система обладает свойством структурности, определяемой только взаимосвязями между элементами системы и сохраняющейся, возможно, с некоторой ненуле-

вой вероятностью, при замене элементов системы на их заменители. Любой объект является элементом одновременно для многих систем.

## 4.2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Одной из центральных задач теории автоматического управления является задача стабилизации. Она существенно усложняется при неполной информации и неопределенности в поведении объекта управления. При классическом решении задачи стабилизации возникает необходимость в подстройке устройств управления в процессе функционирования, что неприемлемо для динамических процессов. Выходом из сложившейся ситуации является создание таких систем, которые бы автоматически приспосабливались к возникающим условиям при управлении тем или иным технологическим процессом. Подобные системы получили название «адаптивные».

Один из первых примеров адаптивного управления привели Дрейпер и Ли [2]. Они рассмотрели систему управления, способную оптимизировать работу двигателя внутреннего сгорания, несмотря на неопределенность вида его рабочих характеристик. Такой тип системы управления, который автоматически ищет оптимальную рабочую точку, называется *оптимизирующей системой управления*, или (иногда) *системой, поддерживающей максимум*.

Другой важный класс адаптивных систем управления был введен Уитекером и др. [1]. Уитекер и его коллеги использовали модель поведения идеальной системы для получения сигналов ошибки, обусловленных отличием действительного поведения системы от требуемого; эти сигналы затем служили для модификации параметров управляющего устройства таким образом, чтобы, насколько это возможно, поддерживать идеальное поведение, несмотря на точно неизвестную и изменяющуюся динамику системы. Системы управления такого типа называются *адаптивными системами управления с эталонной моделью*. Уже с 1959 г. эти системы применялись в авиационных системах управления полетами [4, 10].

В 1960 г. Ли и Вандер Велде описали еще один тип адаптивных систем управления, работающих по принципу автоматической компенсации изменчивости параметров с помощью автоколебаний в замкнутом контуре управления. Система такого типа называется *самоосциллирующей*.

*щей адаптивной системой.* Несколько схожий подход к построению адаптивных систем был предложен академиками Б.Н. Петровым и С.В. Емельяновым [13]. Метод основан на инвариантности траектории системы по отношению к значениям ее параметров в случае, когда управляющее воздействие определяется переключающей функцией и реле. Поведение системы при этом характеризуется движением по переключающей поверхности и называется *скользящим режимом*. Адаптивные системы такого типа называются *системами с переменной структурой*.

Методы построения адаптивных систем, рассмотренных выше, ограничены рамками детерминированного подхода. Иначе говоря, в этих методах не используются вероятностные величины. Неопределенность в этом классе задач описывается детерминированным образом, например вводится внутренняя неопределенность значений параметров.

Теория адаптивного управления базируется на различных эвристических или полуввристических концепциях. Она открывает другой путь решения задачи управления в условиях неопределенности. Трудность заключается в том, что эти системы очень разнообразны, неоднотипны и порой необязательны.

Без преувеличения можно сказать, что сегодня процессы возникновения регуляторных механизмов исследованы недостаточно. Во всех случаях появление нового метода синтеза скорее обязано изобретению, чем теории [7]. Поэтому современная теория управления движется в области поиска общих принципов синтеза, позволяющих в конкретных обстоятельствах как бы автоматически получать требуемый закон управления.

Приближением к решению этой проблематики может стать теория систем с переменной структурой [13]. Дело в том, что при создании управляющего устройства, базирующегося на принципах перестраиваемости, существует возможность наделить его динамической библиотекой алгоритмов управления. Здесь можно провести аналогию с классическим регулятором (см. рис. 4.1, *а*), который имеет фиксированную структуру, закладываемую проектировщиком на соответствующей стадии создания системы автоматического управления исходя из характеристик объекта, полученных тем или иным образом.

В устройствах управления с перестраиваемой структурой (см. рис. 4.1, *б*) имеется несколько фиксированных алгоритмов  $A_i$

( $i = 1, 2, \dots, n$ ), выбор которых происходит по определенному набору правил о состоянии объекта, при непосредственном функционировании всей автоматической системы регулирования.

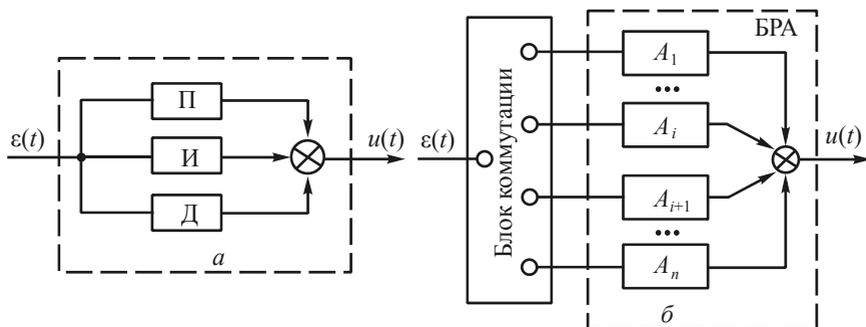


Рис. 4.1. Обобщенная внутренняя структура регулятора:  $a$  – ПИД;  $b$  – с перестраиваемой структурой

Как видно из рис. 4.1, управляющее устройство с перестраиваемой структурой может без труда перестроиться в классический регулятор при соответствующих наборах правил (например,  $A_1 \rightarrow k_n$ ,  $A_2 \rightarrow k_n / p$ ,  $A_3 \rightarrow k_d \cdot p$ , ошибка регулирования подается на первые три канала одновременно), но существует также и возможность получения новых свойств, не присущих ни одной из фиксированных структур.

Таким образом, возможность относительно простыми средствами улучшить динамику систем автоматического регулирования, используя принципы перестраиваемых структур, свидетельствует о растущем интересе к этому классу систем и является, по-видимому, очень перспективным направлением.

### 4.3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ КАК ОБЪЕКТЫ УПРАВЛЕНИЯ

Технологические процессы представляют собой первичное звено создания материальных ценностей, они обеспечивают производство необходимой для существования общества продукции.

Понятие «технологический процесс» в дальнейшем будет использоваться нами в широком смысле и включать как непосредственные процессы производства определенного продукта, так и процессы обес-

печения нормального функционирования. Такое представление дает возможность с единой точки зрения подойти к решению задачи управления процессом производства определенного продукта в целом и задач управления отдельными технологическими агрегатами.

Это представление базируется на системном подходе, на комплексном решении задач обеспечения наилучшего в каком-то смысле их функционирования. Применение системного подхода необходимо, поскольку технологические процессы в настоящее время представляют собой сложные объекты управления с большим числом входных и выходных переменных. Сложные нелинейные взаимосвязи между переменными, распределенность в пространстве, их нестационарность, высокий уровень производственных шумов, недостаточная априорная информация о закономерностях хода процесса и другие причины создают значительные трудности в реализации адекватных моделей этих объектов; часто приходится непрерывно уточнять модель во время функционирования технологического объекта. Узкая приспособленность к выполнению определенных видов работ и их расчленение на ряд взаимосвязанных операций обычно обеспечивают высокую производительность технологических процессов [18].

Систему управления отдельными технологическими агрегатами обычно рассматривают как систему управления нижнего уровня в иерархической структуре управления технологическим процессом. Такая система должна обеспечивать оптимальное по заданному критерию функционирование технологического объекта. Критерий оптимальности для данного объекта задается системой управления технологического процесса в целом.

В результате осуществления технологического процесса над определенными свойствами входного сырья получают выходной продукт с другими свойствами. Для того чтобы можно было абстрагироваться от конкретных представлений входных и выходных свойств продукта, а также характеристик технологического процесса или параметров, характеризующих условия протекания технологического процесса, необходимо отвлечься от конкретной химической, физической, технологической природы этих характеристик. Это нужно сделать потому, что для построения общей теории управления технологическими процессами необходимо их представлять как объекты управления, и для этого должен быть использован язык теории управления [14].

Использование общих методов представления объектов в теории управления приводит в простейшем случае к следующему представлению технологического процесса в виде одномерного объекта (рис. 4.2), на входе которого действует переменная  $y(t)$ , характеризующая какое-либо свойство сырья, а на выходе имеем переменную  $x(t)$ , характеризующую какое-либо свойство готового продукта или полуфабриката.

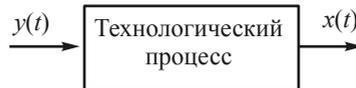


Рис. 4.2. Структурная схема одномерного технологического процесса

Современный технологический процесс представляется в виде многомерного объекта (рис. 4.3).

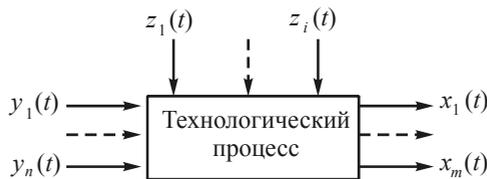


Рис. 4.3. Структурная схема многомерного технологического процесса с выделением параметров  $z$ , характеризующих ход процесса

На вход объекта действует векторная переменная  $Y(t)$  с составляющими  $y_1(t), \dots, y_n(t)$ . К таким переменным относятся все свойства (химический состав, размеры, механические свойства, скорость подачи, стоимость и т.д.) сырья или заготовок, используемых на данном технологическом объекте. Величины, характеризующие условия протекания технологического процесса, обозначены на рис. 4.3 через векторную функцию  $Z(t)$  с составляющими  $z_1(t), \dots, z_i(t)$ . К этим параметрам относятся характеристики хода технологического процесса: температура, давление, скорость, подача, число оборотов, производительность и т.д. Выходные величины описываются вектором

$$X(t) = \{x_1(t), \dots, x_m(t)\}.$$

Это выражение характеризует свойства полученного продукта или полуфабриката – химический состав, размеры, количество, стоимость и т.д.

Размерность векторов  $Y(t)$ ,  $X(t)$  и  $Z(t)$  очень велика, и учесть все их составляющие принципиально невозможно. Следовательно, при общем рассмотрении нет необходимости разделять переменные  $Y(t)$  и  $Z(t)$ , их обычно объединяют в группу входных переменных.

В итоге многомерный технологический процесс может быть представлен структурной схемой (рис. 4.4), каждая из независимых выходных переменных  $x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , определяется всеми входными переменными  $y_1(t), \dots, y_n(t)$ . Тогда для описания объекта необходимо иметь  $m$  операторов  $A_i$ :

$$x_i(t) = A_i\{y_1(t), \dots, y_n(t)\}.$$

Каждое выражение оператора зависит от выбранной модели, которая может быть представлена в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, системы уравнений в частных производных, интегральных или интегро-дифференциальных уравнений и др. Выбор модели в основном определяется спецификой решаемой задачи.



Рис. 4.4. Структурная схема многомерного технологического процесса

Классификация объектов обычно производится в зависимости от способов представления оператора и входных и выходных переменных. Входные и выходные переменные могут быть как детерминированными, так и случайными.

Детерминированной моделью объекта называется модель, оператор которой детерминирован, т.е. устанавливает однозначное соответствие между входными и выходной переменными.

Стохастической моделью объекта называется модель, соответствующий оператор которой является случайным. Выходная величина стохастического объекта всегда случайна, даже при наличии детерминированных входных переменных.

Всякий процесс управления может включать реализацию следующих составляющих.

1. Получение информации о состоянии объекта путем контроля выходной переменной и определение заданных требований, предъявляемых к ее значениям.

2. Обработка информации о состоянии выходного параметра и сравнение полученного результата с заданием.

3. Принятие решений о модификации состояния объекта и выработка алгоритма управления УУ.

Под алгоритмом функционирования УУ понимается точное предписание порядка выполнения УУ операций по управлению объектом управления (ОУ).

Постоянно взаимодействуя с ОУ (рис. 4.5), УУ вырабатывает последовательность воздействий  $q_i \in \{q_1, \dots, q_k\}$  на ОУ в зависимости как от сигналов  $p_j \in \{p_1, \dots, p_m\}$ , поступающих в УУ от ОУ и характеризующих его состояние, так и от внешних сигналов  $r_\xi \in \{r_1, \dots, r_l\}$ , поступающих в УУ из других источников информации.

4. Обработка исполнительными органами воздействия на объект согласно выбранным законам управления.

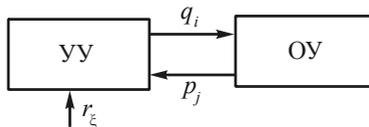


Рис. 4.5. Структурная схема взаимодействия ОУ и УУ

Реальные технологические процессы как объекты управления в большинстве нестационарны, нелинейны, многомерны, обладают многими внутренними обратными связями, у которых невелика или отсутствует вовсе априорная информация о форме и степени взаимосвязи между переменными в динамике в реальных условиях эксплуатации. Данный факт значительно усложняет получение адекватного (изоморфного) математического описания технологических процессов как объектов управления.

#### 4.4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПОНЯТИЕ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Совокупность физических устройств, характеризующихся тем, что протекающие в них процессы однозначно определяются приложенными



Здесь функции  $y_1(t), \dots, y_n(t)$  описывают заданные возмущения (входные сигналы), приложенные к различным входам системы, а коэффициенты  $a_{ij}$  определяют физические параметры системы или их комбинации.

В случае, если система имеет один входной сигнал и один выходной, она приводится к одному уравнению  $n$ -го порядка:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x_{\text{ВЫХ}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{ВЫХ}}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx_{\text{ВЫХ}}}{dt} + a_0 x_{\text{ВЫХ}} &= \\ &= b_m \frac{d^m x_{\text{ВХ}}}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_{\text{ВХ}}}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx_{\text{ВХ}}}{dt} + b_0 x_{\text{ВХ}}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

или в операторной форме

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}, \quad m \leq n. \quad (4.4)$$

В работе будем рассматривать класс объектов, описываемых передаточными функциями вида

$$W(p) = \frac{k \exp(-\tau p)}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}, \quad T_1 > 2T_2, \quad (4.5)$$

поскольку большое количество технологических объектов либо описывается передаточными функциями первого или второго порядка, с запаздыванием или без, либо их динамические характеристики могут быть аппроксимированы этими функциями [5]. Вытекает это из того, что функцию (4.5) можно разделить на две части:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p) = W_1(p) \exp(-\tau p), \quad (4.6)$$

а передаточную функцию  $W_2(p) = \exp(-\tau p)$ , в свою очередь, можно разложить в ряд Паде четвертого порядка для представления в виде отношения полиномов:

$$W_2(p) = \frac{\tau^4 p^4 - 20\tau^3 p^3 + 180\tau^2 p^2 - 840\tau p + 1680}{\tau^4 p^4 + 20\tau^3 p^3 + 180\tau^2 p^2 + 840\tau p + 1680}. \quad (4.7)$$

Следовательно, при наличии звена запаздывания порядок передаточной функции возрастает на  $k$  раз, где  $k$  – порядок разложения экспоненциальной функции в ряд Паде. На рис. 4.6 приведены пример переходной характеристики объекта с запаздыванием и

аппроксимирующие кривые при замене передаточной функции транспортного запаздывания рядом Паде  $k$ -го порядка [15].

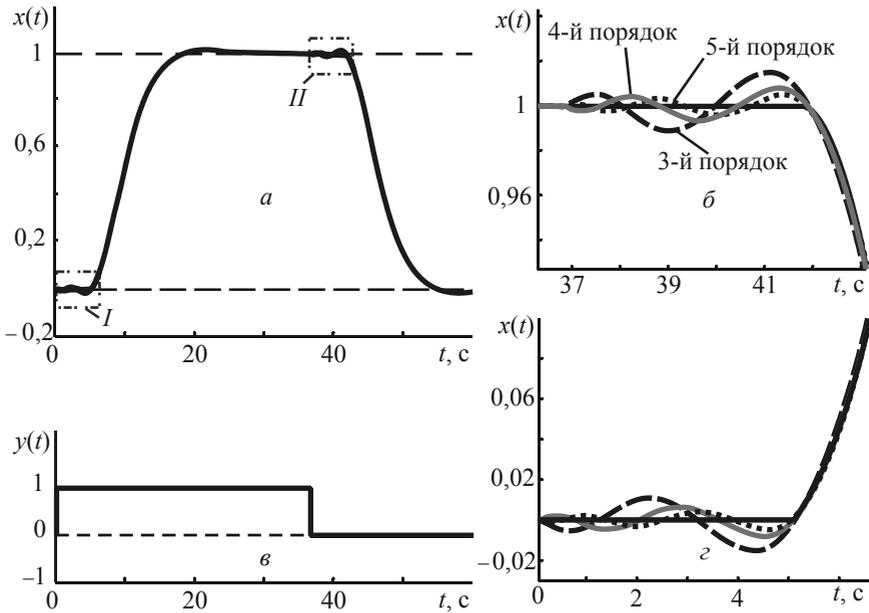


Рис. 4.6. Пример замены передаточной функции звена транспортного запаздывания рядом Паде:  $a$  – выходная величина объекта;  $б$  – участок  $\Pi$  из « $a$ » в увеличенном виде;  $в$  – входная величина объекта;  $г$  – участок  $I$  из « $a$ » в увеличенном виде

Как уже отмечалось, функцией (4.5) описывается большое количество всевозможных технологических объектов: технологические резервуары, подключенные через сопротивление к магистральному трубопроводу под давлением, различные технологические параметры для доменной печи. Примерами двуместных объектов ( $T_2 \neq 0$ ) могут служить две ступени пароперегревателей барабанного парового котла, а также многие другие объекты [8, 12].

Таким образом, *выбранная передаточная функция* описывает поведение достаточно большого класса технологических объектов управления.

Решение системы уравнений (4.1) при заданных начальных условиях дает возможность для каждой координаты состояния определить описывающую ее функцию времени  $x_i(t)$ , а процесс, наблюдаемый в системе, изобразить в виде линии в  $n$ -мерном пространстве координат состояния, для которой время  $t$  является параметром точки кривой, соответствующей уравнению  $x(t)$ , называемой *изображающей точкой*. Геометрическое место изображающих точек при изменении времени называется *траекторией процесса в пространстве состояний*.

При рассмотрении *автономных систем*, не подверженных воздействию от времени внешним воздействиям, пространство состояний обычно называют *фазовым пространством*, а траекторию изображающей точки – *фазовой траекторией*.

*Фазовым портретом* системы называется совокупность фазовых траекторий, полученных при различных начальных условиях.

Приведем иллюстрации фазовых портретов линейных систем, описываемых уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами. Предположим, что дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} - a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0x(t) = b_0y(t)$$

описывает поведение некоторой динамической системы. Тогда характеристическое уравнение системы и его решение примут вид

$$p^2 - a_1p + a_0 = 0, \quad p_{1,2} = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2}.$$

Устойчивость и качество системы в *малом* зависят от корней характеристического уравнения  $p_{1,2}$ , которые определяются его коэффициентами  $a_1$  и  $a_0$ .

Приведем координатную плоскость, выбрав  $a_1$  и  $a_0$  в качестве ее координат. Разобьем эту плоскость на области, соответствующие качественно различному поведению рассматриваемой системы (рис. 4.7):

– о б л а с т ь 1, в которой процессы устойчивы и апериодические; точка равновесия типа «устойчивый узел»;

– о б л а с т ь 2, в которой процессы устойчивы и колебательные; точка равновесия типа «устойчивый фокус»;

- о б л а с т ь 3, в которой процессы неустойчивые и колебательные; точка равновесия типа «неустойчивый фокус»;
- о б л а с т ь 4, в которой процессы неустойчивы и аperiodические; точка равновесия типа «неустойчивый узел»;
- о б л а с т ь 5, в которой процессы неустойчивы; точка равновесия типа «седло».

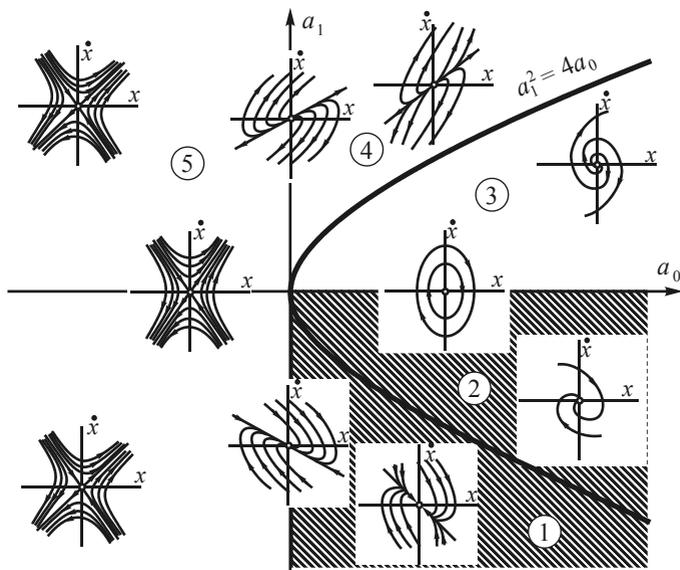


Рис. 4.7. Плоскость фазовых портретов

На границе областей 2 и 3 в системе возникают незатухающие колебания, амплитуда которых зависит от начальных условий; точка равновесия типа «центр».

Задача управления с точки зрения фазовых представлений движения сводится либо к перемещению изображающей точки из некоторой допустимой области начальных условий в заданную точку (или область) фазового пространства, либо к обеспечению движения изображающей точки по некоторой заданной траектории.

Вид траектории, по которой осуществляется переход системы из одного состояния в другое, позволяет судить о динамических свойствах системы (время переходного процесса, перерегулирования, колебатель-

ность, точность и т.п.). Синтез методом фазового пространства предполагает выбор такого управления, которое обеспечивает этот переход по желаемым траекториям.

#### **4.5. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ**

По характеру происхождения технологических процессов объекты управления можно разделить на циклические, непрерывно-циклические и непрерывные.

В зависимости от установившегося значения выходной величины объекта при действии на его вход ступенчатого сигнала выделяют объекты с самовыравниванием и без самовыравнивания.

Объекты можно разделить в зависимости от количества входных и выходных величин и их взаимосвязи на одномерные (один вход и один выход) и многомерные. Последние могут быть многосвязными, когда наблюдается взаимное влияние каналов регулирования друг на друга, либо несвязными, когда взаимосвязь между их каналами мала.

Объекты управления могут делиться на линейные и нелинейные в зависимости от вида статической характеристики, определяющей связь между установившимися значениями входа и выхода объекта. В нелинейных статическая характеристика может быть гладкой, линеаризуемой в окрестности заданной точки либо носить существенно нелинейный характер. Большая часть систем автоматического регулирования относится к классу систем автоматической стабилизации режима работы объекта относительно его рабочей точки (относительно номинального режима работы). В этом случае в процессе работы отклонения переменных относительно рабочей точки будут малы, что позволяет использовать линейные модели объекта управления. Однако при смене рабочей точки происходит изменение коэффициента усиления объекта, что будет негативно влиять на динамику замкнутой системы.

Определение полной статической характеристики объекта для системы автоматической стабилизации не обязательно. Достаточно знать лишь динамический коэффициент усиления в окрестности рабочей точки. В то же время на некоторых объектах управления необходимо зна-

ние всей статической характеристики процесса. Если она носит нелинейный характер, то с целью стабилизации общего коэффициента усиления системы в замкнутый контур включают дополнительную нелинейность, обратную статической характеристике объекта. На практике такой подход реализуется путем использования регулирующих клапанов с различными видами расходной характеристики.

Реальные объекты управления занимают в пространстве какой-либо объем, поэтому регулируемая величина зависит не только от времени, но и от текущих координат точки измерения. Поэтому полное описание объекта управления будет состоять из системы дифференциальных уравнений с частными производными. При использовании точечного метода измерения одним датчиком система дифференциальных уравнений с частными производными переходит в систему уравнений с обычными производными. Это существенно упрощает построение математической модели объекта, позволяя определить его передаточную функцию. Однако при наличии множества датчиков, распределенных, например, по длине объекта, может возникнуть необходимость использования множества управляющих сигналов (распределенное управление).

Объекты могут быть как стационарными, так и нестационарными. В нестационарных объектах параметры изменяются с течением времени (дрейфуют). Примерами таких объектов могут быть химический реактор с катализатором, активность которого падает с течением времени, или аэрокосмический аппарат, масса которого по мере выгорания топлива уменьшается. Такие явления должны учитываться при проектировании соответствующих систем управления.

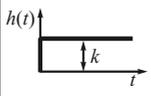
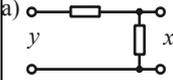
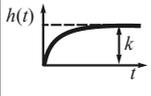
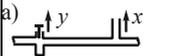
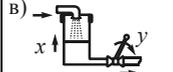
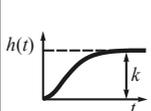
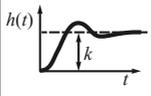
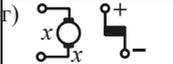
Ключевой целью построения математической модели объекта управления является определение структуры объекта, его статических и динамических характеристик. Особенно важно определение структуры для многомерных и многосвязных объектов управления. В то же время для локальных объектов управления определение структуры может быть сведено к определению порядка дифференциального уравнения описываемого объекта. Кроме того, оцениваются входные сигналы и возмущения, действующие на объект (их статистические характеристики, точки приложения, максимальные амплитуды). Значение этих ха-

рактических позволяет выбрать структуру регулятора и рассчитать параметры его настройки, ориентируясь также на критерий качества работы системы.

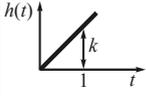
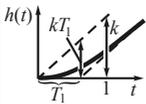
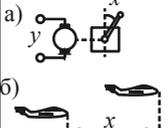
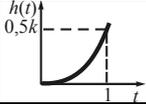
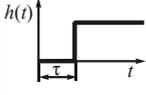
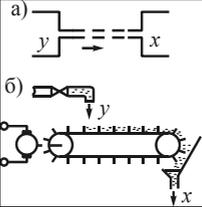
Передаточные функции типовых управляемых объектов различной физической природы приведены в табл. 4.1. Разумеется, эти передаточные функции соответствуют предельно упрощенному описанию управляемых объектов [16].

Т а б л и ц а 4.1

Передаточные функции типовых объектов управления

№ процесса	Передаточная функция $W(p)$	Переходная характеристика $h(t)$	Примеры	
1	2	3	4	
1	$k$		а)  б) 	а) Ток и напряжение в электрической цепи б) Давление и поток жидкости в трубопроводе
2	$\frac{k}{T_1 p + 1}$		а)  б)  в) 	а) Давление и поток в газопроводе б) Число оборотов электродвигателя в) Уровень жидкости в резервуаре
3	$\frac{k}{T_2 p^2 + T_1 p + 1}$		а)  б)  в) 	а) Температура печи б) Напряжение генератора в) Число оборотов электродвигателя
4			г)  д) 	г) Число оборотов крупного электродвигателя д) Курс корабля

Продолжение табл. 4.1

1	2	3	4
5	$\frac{k}{p}$		 Уровень жидкости в барабане котлоагрегата
6	$\frac{k}{p(T_1 p + 1)}$		 а) Угол поворота электропривода б) Взаимное расположение самолетов
7	$\frac{k}{p^2}$		 Траектория ракеты, спутника
8	$\exp(-\tau p)$		 а) Участок трубопровода, импульсная линия б) Ковшовый транспортер

#### 4.6. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

При выборе типа регулятора и параметров его настроек необходимо знать динамические характеристики объектов регулирования.

Для уже действующих промышленных объектов наиболее достоверные данные могут быть получены экспериментальным путем. Часто промышленные объекты являются сложными физическими системами, описываемыми нелинейными дифференциальными уравнениями высокого порядка. Аналитическое определение их динамических свойств и линеаризация их характеристик по конструктивным и физическим данным являются чрезвычайно трудоемкой и сложной задачей. Такая оценка динамических свойств целесообразна лишь для проектируемых объектов управления.

Приведем методику экспериментального определения динамических характеристик действующих объектов регулирования. Она применима для объектов, представляющих собой устойчивые или нейтральные физические системы. Подобные системы в структурных схемах

можно представить в виде последовательно включенных типовых звеньев. Промышленные объекты, включающие в себя колебательные звенья, встречаются сравнительно редко. Как правило, при проектировании подбирают параметры объектов так, чтобы они были хорошо демпфированы. Благодаря этому объект рассматривают как последовательное соединение звеньев 1-го порядка (апериодических и интегрального) и звена с чистым запаздыванием [9].

Известно несколько методов определения динамических характеристик регулируемых объектов.

1. Методы, базирующиеся на искусственном воздействии на систему непериодическим сигналом, мощность которого велика по сравнению с уровнем помех в системе. В качестве воздействия выбирается обычно скачкообразное изменение регулирующего воздействия, и в результате определяются временные характеристики.

2. Методы, основанные на искусственном воздействии на систему периодическими сигналами разной частоты, амплитуда которых велика по сравнению с уровнем помех в системе. В результате определяются частотные характеристики.

3. Методы, базирующиеся на искусственном воздействии на систему синусоидальными сигналами, соизмеримыми с помехами в системе. В результате также определяются частотные характеристики.

4. Методы, не требующие искусственных воздействий, использующие возмущения, которые имеются в процессе нормальной эксплуатации.

Временной характеристикой объекта называют зависимость регулируемой величины от времени при скачкообразном изменении регулирующего воздействия. Применительно к объектам регулирования эту зависимость также называют кривой разгона.

На практике в большинстве случаев приходится сталкиваться с невозможностью построить кривую разгона полностью по причине технологических ограничений, налагаемых на максимальные отклонения регулируемой величины. Вследствие этого ограничиваются так называемой импульсной кривой разгона, которая представляет собой зависимость регулируемой величины от времени при скачкообразной подаче и последующем снятии регулирующего воздействия.

Из-за инерционности и ограниченности скорости перемещения регулирующих органов или других устройств, как правило строят,

«искаженную» кривую разгона, или «искаженную» импульсную кривую разгона.

**Схема опыта.** В многосвязном объекте выделяются регулируемые величины и регулирующие воздействия. Затем поочередно определяется связь каждого регулирующего воздействия с регулируемыми величинами. Причем другие регулирующие воздействия и регулируемые величины поддерживаются, где это возможно, с помощью регуляторов или вручную на заданном уровне, чтобы они не влияли на результаты эксперимента. Нагрузку при этом необходимо стабилизировать. Например, в системе, изображенной на рис. 4.8, регулируемые параметры  $y_1$  и  $y_4$  поддерживаются постоянными с помощью регуляторов  $Reg_1$  и  $Reg_4$ , регулирующее воздействие  $\mu_3$  – вручную для стабилизации режима во время снятия кривых разгона величин  $y_2$  и  $y_3$  при скачкообразном воздействии по  $\mu_2$  (объект во время снятия кривых разгона разомкнут по величинам  $y_2$  и  $y_3$ ). Этап такой работы должен проводиться совместно с технологами данного производства и на базе приобретенного опыта автоматизации аналогичных объектов.

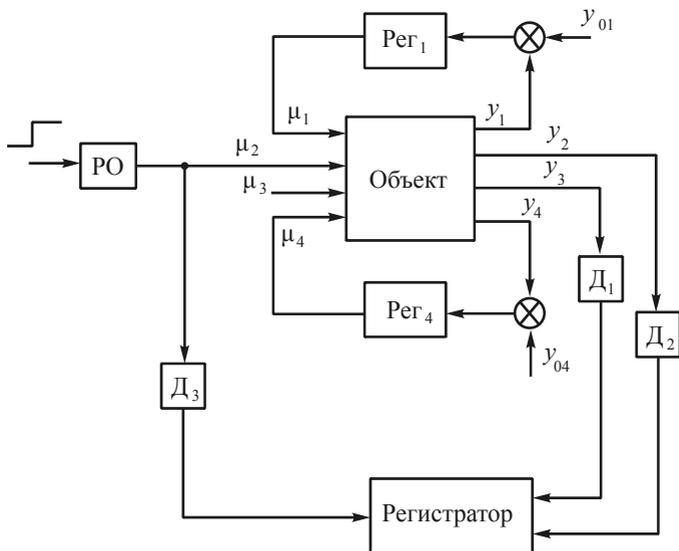


Рис. 4.8. Схема опыта снятия кривых разгона с объекта регулирования:

$Reg_1, Reg_4$  – регуляторы;  $Д_1, Д_2, Д_3$  – датчики;

РО – регулирующий орган

При таких исследованиях очень важно правильно выбрать аппаратуру изменения регулируемых величин и регулирующих воздействий. Процесс измерения и регистрации указанных параметров должен производиться с помощью чувствительной и быстродействующей аппаратуры (постоянные времени аппаратуры должны быть малы по сравнению с постоянными времени объекта). Об этом можно судить либо по предварительным расчетам, либо по результатам пробных опытов, имея данные об аппаратуре.

В процессе подбора датчиков нужно отдавать предпочтение малоинерционным. Если это невозможно, то при определении характеристик следует использовать датчики и регистрирующие приборы, которые в дальнейшем войдут в качестве элементов в автоматическую систему регулирования (АСР). В этом случае целесообразно снимать совместные кривые разгона объекта, датчика и регистрирующего прибора.

**Выбор регулирующего воздействия.** В зависимости от конкретных ситуаций в качестве регулирующего воздействия может рассматриваться как непосредственно регулирующее воздействие (расход греющей и охлаждающей среды, количество топлива, жидкости и т.п.), так и положение регулирующего органа или сигнал исполнительному механизму. Последнее целесообразно лишь в случае, когда регулирующий орган или исполнительный механизм будут использованы в АСР данного объекта.

В случае наличия информации о том, что объект работает в широком диапазоне изменений регулирующих воздействий, необходимо снять характеристики при нескольких начальных значениях этих воздействий, так как характеристики могут оказаться нелинейными. Во многих случаях линеаризация системы во всем диапазоне изменений регулирующего воздействия невозможна. При изменении последнего может оказаться, что меняются не только параметры объекта, но и его структура.

Такое может происходить в АСР, программа которых (задаваемое значение регулируемой величины) и действующие на объект внешние возмущения меняются в широких пределах.

Если это возможно по технологическим требованиям и осуществимо аппаратурно, то снимается кривая разгона, т.е. регулирующее воздействие изменяется скачкообразно (рис. 4.9, а). Если же по технологическим требованиям регулируемая величина в процессе исследования

объекта может меняться только в узких пределах, то снимается импульсная кривая разгона. Форма изменения регулирующего воздействия для этого случая приведена на рис. 4.9, б, где  $t_{и}$  – длительность воздействия. В случаях, когда аппаратно невозможно осуществить практически мгновенное изменение регулирующего воздействия, снимаются «искаженные» кривые разгона. Формы регулирующих воздействий для этих случаев приведены на рис. 4.9, в и з (в – для случая, когда устройство, изменяющее регулирующее воздействие, является инерционным звеном первого порядка, з – для случая, когда ограничена скорость изменения регулирующего воздействия).

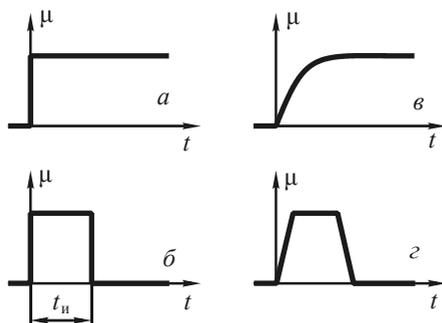


Рис. 4.9. Форма регулирующего воздействия

При проведении опыта должны учитываться максимальное значение возможных эксплуатационных возмущений, нелинейность характеристик и уровень помех. Обычно выбирают величину возмущения, равную 5–20% максимального значения (увеличение возмущения может привести к неточным результатам из-за нелинейности характеристик, уменьшение его при наличии помех затруднит обработку результатов).

**Порядок проведения опыта.** В начале необходимо достичь установившегося состояния объекта по изучаемым регулируемым величинам. В объекте значения регулируемых величин должны поддерживаться постоянными при выбранном начальном значении регулирующего воздействия. Установившееся состояние может быть получено стабилизацией внешних возмущений, а также других регулируемых величин и регулирующих воздействий, влияющих на исследуемые. Установившийся режим должен фиксироваться некоторое время в зависимости от

динамических свойств объектов. Чем больше время переходного процесса, которое обычно ориентировочно известно из пробных испытаний, тем больше время фиксирования.

Затем необходимо проверить стабильность нового установившегося состояния, т.е. состояния, которое будет устанавливаться после изменения регулирующего воздействия. Новый установившийся режим нужно стабилизировать аналогично ранее рассмотренному.

Далее можно перейти к снятию характеристик в объекте. При одном из выбранных начальных значений подается 2–3 раза выбранное воздействие и регистрируются регулируемые величины и регулирующее воздействие. Опыт повторяется для другого выбранного начального значения и т.д.

**Определение параметров переходного процесса.** Для процесса № 2 (см. табл. 4.1) постоянная времени определяется по формуле

$$T = \frac{t_{0,7}}{1,2},$$

где  $t_{0,7}$  – время, при котором ордината  $h(t)$  достигает значения  $0,7k$ .

Для процесса № 3 постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$  можно определить с помощью диаграммы Ольденбурга и Сарториуса [3].

Порядок работы с диаграммой следующий.

На переходной характеристике провести касательную через точку перегиба (определение точки перегиба см. ниже) и определить значение времени  $T_C$  и  $T_A$ , как показано на рис. 4.10.

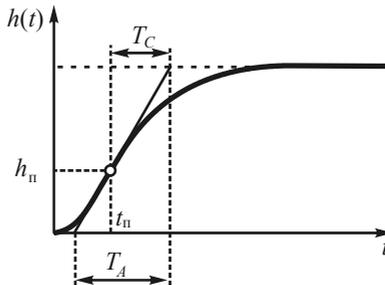


Рис. 4.10. Переходная характеристика системы

На диаграмме (рис. 4.11) отношение  $T_C/T_A$  ( $0,73 \leq T_C/T_A \leq 1$ ) используется как значение точки пересечения прямой с каждой из осей. Прямая линия, проведенная таким образом, пересекает кривую на диаграмме в двух точках, каждая из которых позволяет определить отношение  $T_1/T_A$  и  $T_2/T_A$ . По этим отношениям легко определить  $T_1$  и  $T_2$ .

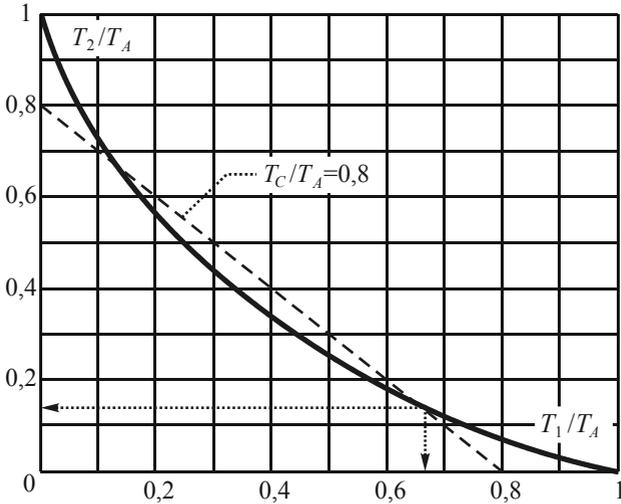


Рис. 4.11. Диаграмма Ольденбурга и Сарториуса

Под *точкой перегиба* понимается такая точка  $h(t)$ , в которой производная  $dh/dt$  имеет максимальное значение. Так как переходные функции многих промышленных объектов не имеют явно выраженной точки перегиба, то определение ее координат надо осуществлять следующим образом. В средней (наиболее быстро изменяющейся) части графика  $h(t)$  берется несколько координат  $h(t_i) = h_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m$ ;  $m$  обычно не более 6–7;  $t_i - t_{i-1} = \Delta t = \text{const}$ , и вычисляются первые разности  $\Delta h_i = h_i - h_{i-1}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ . Далее находят максимальную величину  $\Delta h_i$ , соответствующее ей значение времени  $t_{\Pi} = t_i - 0,5\Delta t$  и, наконец, ордината  $h_{\Pi}$ .

Для процесса № 4 постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$  определяются из формул

$$T_1 = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad T_2 = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2},$$

где  $\alpha = -\frac{\ln(A_2/A_1)}{T_k}$ ;  $\beta = 2\pi/T_k$ ;  $A_1, A_2, T_k$  – характеристики переходного процесса, определяемые непосредственно из графика (рис. 4.12).

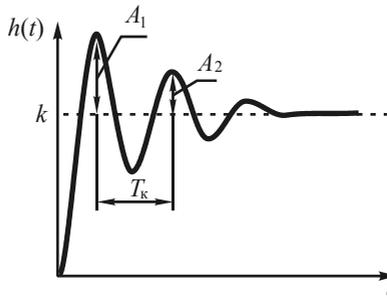


Рис. 4.12. Переходная характеристика системы

Для процесса № 5 коэффициент передачи объекта определяется из формулы

$$k = \operatorname{tg} \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол наклона переходной характеристики от оси абсцисс.

#### 4.7. ПОНЯТИЕ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

Значительные дополнительные возможности улучшения процессов регулирования дает нелинейное управление работой объекта путем изменения структуры управляющего устройства в зависимости от размеров и знаков входных величин, поступающих в управляющее устройство от измерительного устройства.

Могут использоваться комбинации линейных законов регулирования (их достоинства, обходя недостатки). Например, если известно, что при одном законе регулирования получается быстрое начальное изменение регулируемой величины, но с большим перерегулированием, а

при другом – медленное изменение, но плавный подход к новому установившемуся режиму, то можно, включив сначала первый закон, переключить затем систему на второй закон в некоторой точке  $A$ , когда отклонение  $y$  достигнет определенного значения  $y_A$ . В результате процесс регулирования приобретет форму кривой (рис. 4.13), объединяющей оба качества – быстроту и плавность процесса. Используя данный подход, мы получаем процесс регулирования без характерных для ПИ- и ПИД-регуляторов колебаний и перерегулирования при малом времени регулирования.

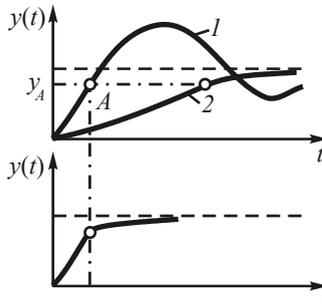


Рис. 4.13. Принцип работы системы с переменной структурой

Подобные системы относятся к классу нелинейных, даже если все звенья системы линейны. Происходит это за счет того, что в процессе работы происходят автоматические переключения между звеньями. Такую работу можно сравнить с тем, как получается нелинейная статическая характеристика из отрезков прямых линий. Но в данном случае имеет место нелинейная динамическая характеристика, составляемая из последовательности разных линейных дифференциальных уравнений, соответствующих первому и второму законам регулирования.

Синтез структуры системы осуществляется исходя из предположения, что совокупность функциональных элементов и характер связей между ними остаются раз и навсегда неизменными. Но такой взгляд на проектирование систем управления, вообще говоря, не является единственным. При построении управляющего устройства

можно заранее ввести в структуру системы такие функциональные элементы, которые во время протекания процесса управления скачкообразно меняют знак обратной связи, коэффициенты воздействия по различным координатам и т.д., т.е. изменяют структуру системы. Следовательно, в зависимости от выбранного алгоритма и имеющейся информации система будет обладать той или иной структурой. В такой системе удастся совмещать полезные свойства каждой из имеющейся совокупности структур, а быть может, и получить какие-либо новые свойства, не присущие любой из них. Такой подход позволяет существенно повысить качество управления.

В дальнейшем под системами с переменной структурой будем понимать системы, в которых связи между функциональными элементами меняются тем или иным образом в зависимости от состояния системы [6].

На рис. 4.14 представлена достаточно общая схема системы с переменной структурой.

В зависимости от того, какие координаты системы и внешние воздействия доступны для измерения, на вход УУ может поступать информация о величине ошибки  $\varepsilon$ , выходной координате исполнительного устройства  $\mu$ , задающем и возмущающем воздействиях  $s(t)$  и  $f(t)$ , о регулируемой величине  $y$ , о промежуточных координатах объекта  $y_1, \dots, y_i$  и исполнительного устройства  $\mu_1, \dots, \mu_k$ . Управляющее устройство содержит ряд функциональных звеньев, причем оператор каждого из них обозначен на рис. 4.14 аббревиатурой ФЗ с соответствующими индексами.

Любая из входных величин управляющего устройства может поступать на входы только «своих» звеньев. Управляющее воздействие  $u$  является суммой выходных величин всех звеньев. В УУ содержатся ключевые элементы (КЭ). Любой КЭ замыкает один из предусмотренных каналов передачи информации. Разнообразные сочетания положений контактов КЭ определяют совокупность имеющихся в распоряжении фиксированных структур. Блок управления структурой (БУС) на основе

анализа всей поступающей на УУ информации дает команду на изменение структуры системы. Вопрос синтеза такой системы сводится к выбору операторов всех звеньев и логических законов, в соответствии с которыми изменяется структура системы.

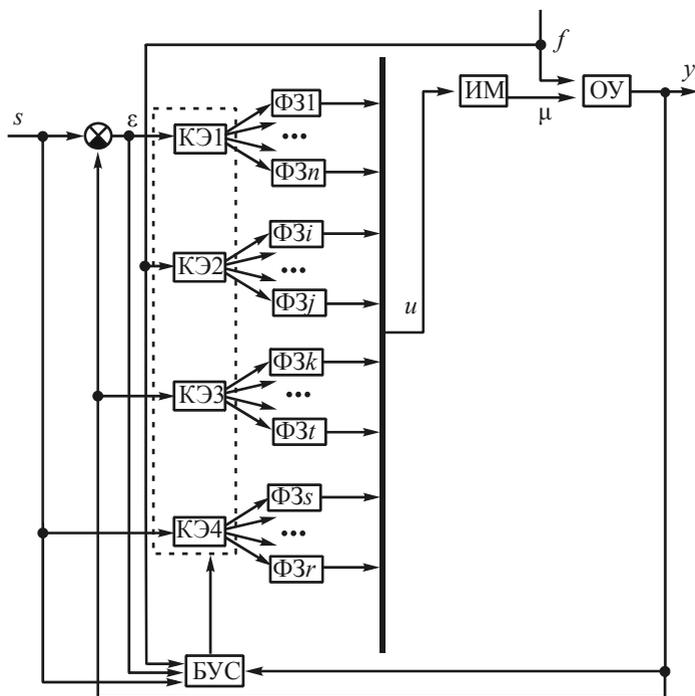


Рис. 4.14. Общая структурная схема системы с переменной структурой

На рис. 4.15 представлена обобщенная схема автоматического регулирования с переменной структурой. В нее входит блок измерения, или измерительное устройство (ИзУ), которое производит непрерывную оценку регулируемой величины и вычисляет величину сигнала рассогласования, который подается на блок формирователя функции переключения, осуществляющий анализ и переключение сигнала отклонения регулируемой величины  $\varepsilon(t)$  на необходимый закон регулирования (блок коммутируемых коэффициентов).

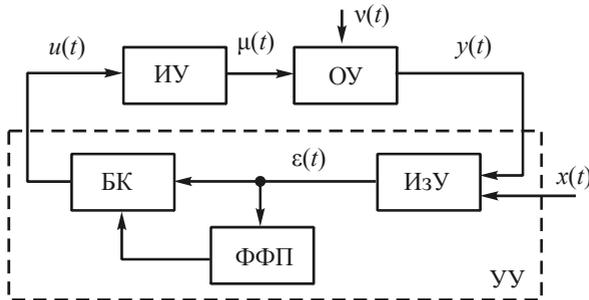


Рис. 4.15. Схема автоматического регулирования с переменной структурой: БК – блок коммутируемых коэффициентов; ИзУ – измерительное устройство; ФФП – блок формирования функции переключения; ИУ – исполнительное устройство

#### 4.8. МЕТОД ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Пусть линейная система описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0,$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  – постоянные величины.

Если  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  – корни характеристического уравнения (предполагается, что кратные корни отсутствуют), то

$$x^{(j)} = \sum_{j=1}^n A_j \lambda_j^{i-1} \exp(\lambda_j t), \quad i = 0, \dots, n-1,$$

где  $A_j$  – постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий;  $x^{(j)}$  – координаты фазового пространства  $X$ .

Очевидно, что линейная структура устойчива или любая траектория в фазовом пространстве  $X$  стягивается к началу координат, если  $\operatorname{Re} \lambda_j < 0$  ( $j = 1, \dots, n$ ). В рассмотренном случае это области 1 и 2 рис. 4.7.

Пусть имеются две, даже неустойчивые, линейные структуры, но в фазовом пространстве у одной из них существует гиперплоскость с ус-

тойчивым вырожденным движением. Тогда необходимо выбрать такую последовательность изменения этих структур, чтобы, во-первых, любая траектория в пространстве  $X$  пересекла эту гиперплоскость и, во-вторых, после момента попадания изображающей точки на нее в системе имела место структура с устойчивым вырожденным движением. Синтезированная таким образом система будет устойчивой для любых начальных условий.

Допустим, что первой структуре соответствует фазовый портрет на рис. 4.16, *а*, а второй – на рис. 4.16, *б*.

Появляется задача, сводящаяся к выбору такой последовательности изменения структур, чтобы любое движение системы было устойчиво. Разделим фазовую плоскость  $(x, x')$  на два листа, границами которых являются прямая  $S$  и ось  $x'$  (рис. 4.16, *в*). Если состояние системы таково, что изображающая точка находится на листе I, то ее движение должно происходить по раскручивающимся спиральям (система должна иметь первую структуру). На листе II изображающая точка должна двигаться по кривым гиперболического типа (система должна иметь вторую структуру). Из рис. 4.16, *в* видно, что изображающая точка всегда попадает на прямую  $S$ , которая является устойчивой траекторией для второй структуры. Подобный подход позволяет синтезировать устойчивую систему и отказаться от требования расположения корней в левой комплексной полуплоскости для каждой из имеющихся структур.

Иной способ, который может быть положен в основу построения системы с переменной структурой, целесообразно использовать в случае, если фазовое пространство для каждой из фиксированных неустойчивых структур не содержит гиперплоскостей с устойчивыми вырожденными движениями. В результате «сшивания» в определенной последовательности участков неустойчивых траекторий удастся получить устойчивое движение для любых начальных условий. Рассмотрим пример, когда в нашем распоряжении имеются две линейные структуры, находящиеся на границе устойчивости. Фазовые портреты каждой из структур представлены на рис. 4.17.

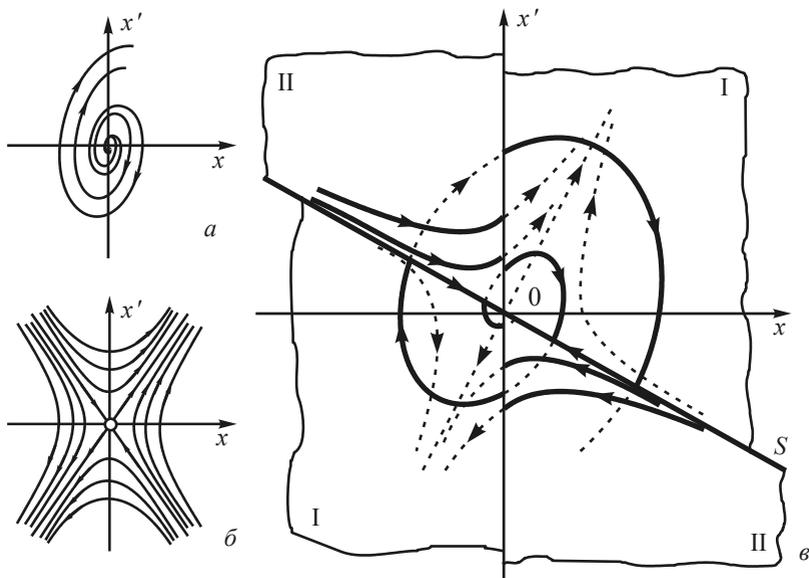


Рис. 4.16. Фазовые портреты

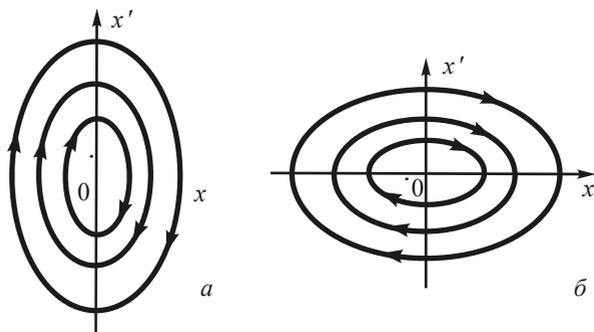


Рис. 4.17. Фазовые портреты в линейных структурах

Допустим, что в первом и третьем квадрантах плоскости  $(x, x')$  фазовыми траекториями изображающей точки являются траектории первой структуры (см. рис. 4.17, а), а во втором и четвертом квадрантах – фазовые траектории второй структуры (см. рис. 4.17, б). Несомненно,

если изменение структуры происходит на координатных осях и фазовая траектория системы имеет вид, представленный на рис. 4.18, то при любых начальных условиях движение в системе будет устойчивым.

Самой продуктивной идеей синтеза систем с переменной структурой оказалась идея создания искусственных вырожденных движений.

Суть этого подхода заключается в следующем: в фазовом пространстве  $X$  задается некоторая гиперплоскость  $S$ , движение в которой обладает желаемыми свойствами, причем траектории, лежащие в  $S$ , не принадлежат ни одной из имеющихся структур. Порядок изменения структур должен быть выбран таким, чтобы изображающая точка всегда попадала на эту гиперплоскость, а затем двигалась по ней.

В этом случае в момент попадания в систему будет существовать искусственное вырожденное движение, которое можно наделить рядом полезных свойств, не присущих каждой из фиксированных структур. Смысл создания искусственных вырожденных движений может быть проиллюстрирован на следующем примере. Допустим, в системе по-прежнему предусмотрена возможность использования двух фиксированных линейных структур, которым соответствуют фазовые портреты (рис. 4.19, а, б).

Пусть изменение структуры системы осуществляется на оси  $x'$  и на прямой  $S^*$ , которая не является фазовой траекторией ни для одной из имеющихся структур (см. рис. 4.19, в). Ось  $x'$  и прямая  $S^*$  разделяют фазовую плоскость на два листа, причем на листе I изображающая точка движется по эллиптическим кривым, а на листе II – по гиперболическим. Изображающая точка попадает на границу  $S^*$  из любого начального положения. Если угловой коэффициент прямой  $S^*$  больше углового коэффициента прямой  $S$ , то в окрестности  $S^*$  фазовые траектории будут направлены друг к другу (см. рис. 4.19, в). В результате, попав на  $S^*$ , изображающая точка в дальнейшем ее не покинет, т.е. пря-

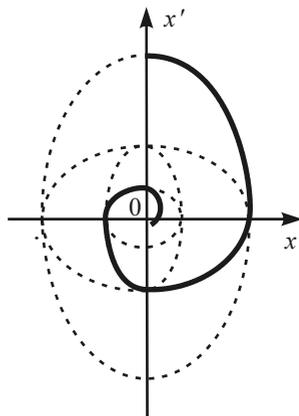


Рис. 4.18. Фазовая траектория

мая  $S^*$  является фазовой траекторией. Следовательно, удастся обеспечить существование вырожденных движений.

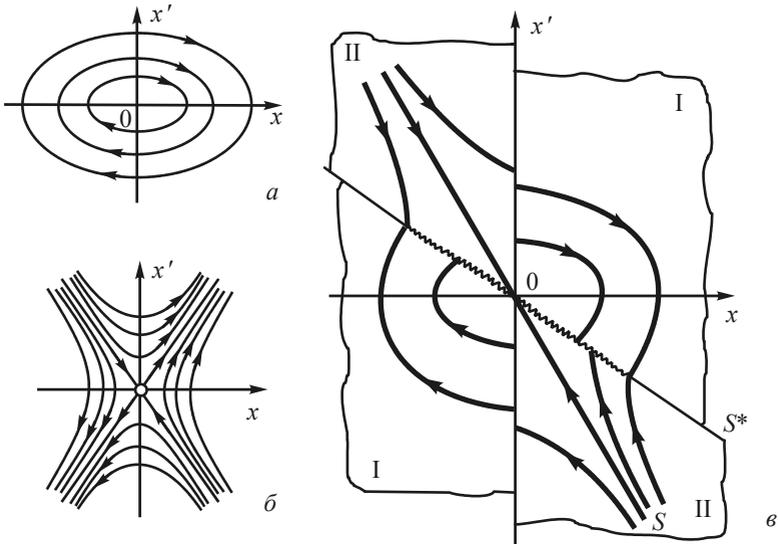


Рис. 4.19. Фазовые портреты

#### 4.9. ТИПЫ ДВИЖЕНИЯ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

При синтезе систем с ограниченной информацией о состоянии управляемого процесса, а также систем при наличии ограничений на уровни воздействий по различным координатам системы параметры управляющего устройства выбирались таким образом, чтобы, по крайней мере, одна из линейных структур имела устойчивое вырожденное движение. В момент попадания изображающей точки на фазовую траекторию, соответствующую устойчивому вырожденному движению, происходило переключение управления, т.е. замена одной линейной структуры на другую. В дальнейшем будем называть прямую, на которой осуществляется изменение структуры системы, прямой переключения.

В результате неточного знания параметров объекта, неточностей аппаратурной реализации, вызванных нестабильностью характеристик элементов управляющего устройства, и других технических причин не удастся обеспечить изменение структуры системы строго в требуемые моменты времени. Из-за этого в системах с переменной структурой могут возникать различные виды движения. Проиллюстрируем основные режимы движения, которые могут наблюдаться в этом классе систем.

Пусть существует система с переменной структурой второго порядка, описываемая следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -a_2x_2 - a_1x_1 - bu, \end{cases} \quad (4.8)$$

где  $a_1, a_2, b - \text{const}, b > 0$ .

Специфика всех видов движения может быть целиком выявлена на примере системы, для которой управление имеет вид

$$u = \Psi x_1; \quad (4.9)$$

$$\Psi = \begin{cases} \alpha & \text{при } x_1 s > 0, \\ \beta & \text{при } x_1 s < 0; \end{cases} \quad (4.10)$$

$$s = x_2 + cx_1, \quad (4.11)$$

где  $\alpha, \beta, c - \text{постоянные коэффициенты}, c > 0, \alpha > \beta$ .

Согласно (4.10), (4.11), изменение структуры управляющего устройства осуществляется на прямых переключения  $x_1 = 0$  и  $S$ , заданной на плоскости  $(x_1, x_2)$  уравнением  $s = 0$ .

Пусть при  $\Psi = \alpha$  линейная структура (4.10) является колебательно неустойчивой, а при  $\Psi = \beta - \text{апериодически неустойчивой}$ . Для второй структуры имеется устойчивое вырожденное движение, определяемое отрицательным корнем  $\lambda$  характеристического уравнения.

Если коэффициент  $c$ , определяющий положение прямой переключения на фазовой плоскости  $(x_1, x_2)$ , равен величине  $-\lambda$ , в системе возникает такой режим работы, при котором изменение структуры системы происходит на фазовой траектории, соответствующей устойчивому вырожденному движению (рис. 4.20, а). Такой режим будем называть *режимом работы с движением по вырожденным траекториям*.

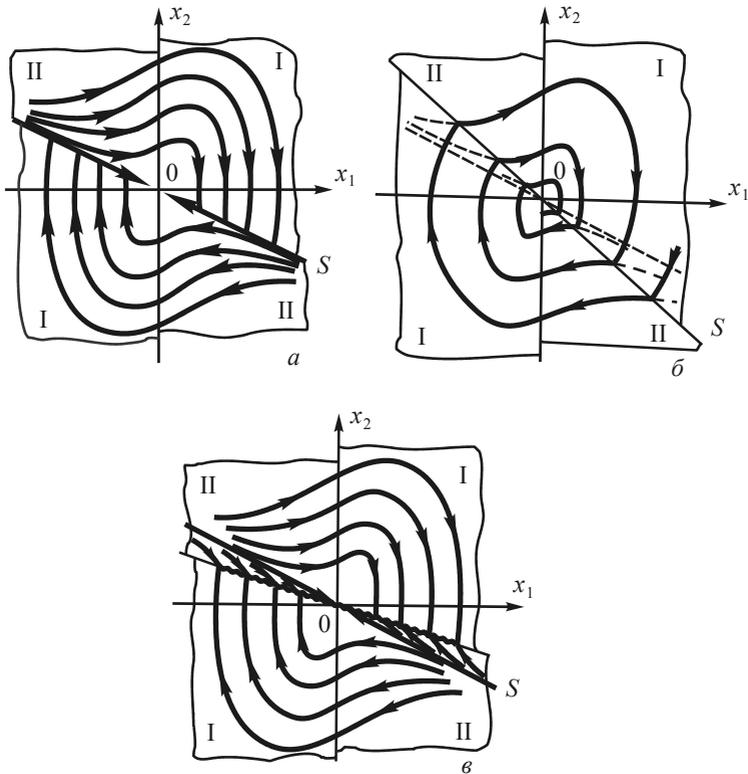


Рис. 4.20. Фазовые портреты

Пусть угловой коэффициент  $c$  прямой переключения больше  $-\lambda$ . Тогда устойчивая траектория линейной структуры, определяемая  $\Psi = \beta$ , будет целиком принадлежать листу I ( $x_1 > 0$ ), на котором движение изображающей точки происходит по раскручивающимся спиральям, соответствующим линейной структуре  $\Psi = \alpha$  (см. рис. 4.20, б).

Тогда после попадания на прямую переключения  $S$  изображающая точка будет уходить от нее, двигаясь по кривым гиперболического типа. В случае изменения знака  $x_1$  произойдет смена структуры системы. Далее изображающая точка, двигаясь по раскручивающимся спиральям, вновь попадет на прямую переключения  $S$  и т.д. В рассмотренной системе с некоторой конечной частотой будет изменяться структура управ-

ляющего устройства. Подобный режим работы системы будем называть *режимом переключений*. Как следует из фазового портрета, при выбранном значении  $s$  система устойчива, но положение равновесия достигается в колебательном режиме.

Пусть угловой коэффициент  $s$  прямой переключения меньше  $-\lambda$ . В таком соотношении параметров системы траектория, характеризующая устойчивое вырожденное движение, принадлежит листу  $\Pi$  ( $x_1 s < 0$ , см. рис. 4.20,  $\epsilon$ ) и фазовые траектории, а точнее говоря, векторы фазовых скоростей обеих структур, в окрестности прямой переключения  $S$  направлены к  $S$ . При попадании изображающей точки на прямую  $S$  в системе с бесконечно большой частотой возникают переключения структуры системы с одной на другую. Причем на фазовой плоскости изображающая точка будет двигаться вдоль прямой переключения. Подобный режим работы, при котором на прямой переключения изменение структуры происходит с бесконечно большой частотой, будем называть *скользящим режимом*. Следует отметить, что прямая переключения не является фазовой траекторией ни для одной из линейных структур. Таким образом, за счет скользящего режима удастся получить искусственное вырожденное движение. Вследствие этого остановимся подробнее на уравнениях движения системы в скользящем режиме и условиях его возникновения.

Так как изображающая точка, попав на прямую переключения, уже не может сойти с нее и продолжает свое движение по ней, следовательно, величина  $s$  в скользящем режиме равна нулю, т.е.

$$x_2 + cx_1 = 0. \quad (4.12)$$

Учитывая, что величина ошибки  $x$  равна  $x_1$ , а  $dx/dt = x_2$ , получаем из (4.12) дифференциальное уравнение движения системы в скользящем режиме относительно координаты ошибки:

$$dx/dt + cx = 0. \quad (4.13)$$

В соответствии с (4.13) движение рассматриваемой системы в скользящем режиме описывается уже уравнением первого порядка, и, что особенно важно, это уравнение не зависит от параметров неизменяемой части системы. Изменяя соответствующим образом коэффициент  $s$ , мы можем наделять движение системы в скользящем режиме желаемыми свойствами. Например, для устойчивости достаточно принять  $c > 0$ , а увеличивая  $c$ , можно повысить скорость затухания этого движения. При движении в скользящем режиме система приобретает свойство

инвариантности от характеристик управляемого объекта, а также получает возможность наделять ее желаемыми свойствами, что обуславливает широкое использование этого вида движения в рассматриваемых системах.

Заключительный этап процесса управления всегда будет протекать в скользящем режиме, если при выбранных линейных структурах управляющего устройства и при выбранной последовательности их изменения в любой точке прямой переключения  $S$  существует скользящий режим, а изображающая точка из любого начального положения попадает на  $S$ .

Условие существования скользящего режима на прямой  $S$  можно получить в соответствии с тем, что в окрестности  $S$  векторы фазовых скоростей обеих структур должны быть направлены навстречу друг другу.

Пусть изображающая точка отклонилась от прямой переключения на некоторое расстояние, и для определенности величина  $s$ , характеризующая это отклонение, положительна,  $s > 0$ . Для того чтобы изображающая точка вернулась на прямую  $S$ , в системе должна включиться такая линейная структура, при которой величина  $s$  будет убывать, т.е.  $ds/dt < 0$ . Аналогично можно убедиться в том, что для отклонений  $s < 0$  должна быть такая структура, при которой  $ds/dt > 0$ . Из этого вытекает условие, которое должно выполняться в окрестности  $S$  для того, чтобы на этой прямой существовал скользящий режим:

$$s \cdot ds/dt < 0. \quad (4.14)$$

При выполнении данного неравенства для любой точки прямой переключения  $S$ , т.е. на всей прямой  $S$ , существует скользящий режим. Условимся называть в этом случае прямую  $S$  *прямой скольжения* [13].

В результате динамическое изменение структуры управляющего устройства дает дополнительные возможности по улучшению процессов регулирования.

#### 4.10. ВЫВОДЫ

1. Использование принципов переменности структуры позволяет решить задачу высококачественного управления линейным объектом и при этом обеспечить минимальные перемещения регулирующего органа, не превосходящие их установившегося значения.

2. Существование неидеальностей в релейных элементах систем с переменной структурой (запаздывание при переключении, присутствие гистерезиса и т.п.) отрицательно сказывается на динамике всей системы, переходный процесс которой в этом случае сопровождается автоколебаниями.

3. Большое количество технологических процессов описывается передаточными функциями, принадлежащими к выделенному классу объектов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Автоматизация* настройки систем управления / В.Я. Ротац, В.Ф. Кузищин, А.С. Клюев и др. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 272 с.

2. *Автоматизация* производства и промышленная электроника / Под ред. А.И. Берг, В.А. Трапезникова и др.: В 4-х т. – М.: Советская энциклопедия, 1962–1965.

3. *Андык В.С.* Теория автоматического управления: Учебное пособие к практическим занятиям. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004. – 108 с.

4. *Боднер В.А.* Теория автоматического управления полетом.– М.: Наука, 1964. – 700 с.

5. *Дорф Р., Бишоп Р.* Современные системы управления / Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.

6. *Емельянов С.В.* Системы автоматического управления с переменной структурой. – М.: Наука, 1967. – 336 с.

7. *Емельянов С.В., Коровин С.К.* Новые типы обратной связи. – М.: Наука, 1997. – 352 с.

8. *Клюев А.С., Лебедев А.Т.* Наладка систем автоматического регулирования барабанных паровых котлов. – М.: Энергия, 1985. – 280 с.

9. *Круг Е.К., Минаева О.М.* Электрические регуляторы промышленной автоматики. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 336 с.

10. *Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета:* Сб. ст. / Под ред. Б.Н. Петрова и С.В. Емельянова. – М.: Наука, 1968. – 324 с.

11. *Солодов А.В., Петров Ф.С.* Линейные автоматические системы с переменными параметрами. – М.: Наука, 1971. – 620 с.

12. *Стефани Е.П.* Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. – М.: Энергия, 1972. – 376 с.

13. *Теория систем с переменной структурой* / Под ред. С.В. Емельянова. – М.: Наука, 1970. – 592 с.

14. *Фритч В.* Применение микропроцессоров в системах управления / Пер. с нем. – М.: Мир, 1984. – 464 с.

15. *Шидловский С.В.* Автоматизация технологических процессов и производств: Учебное пособие. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 100 с.
16. *Цыткин Я.З.* Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977. – 560 с.
17. *Чечкин А.В.* Математическая информатика. – М.: Наука, 1991. – 416 с.
18. *Энциклопедия кибернетики* / Под ред. В.М. Глушкова и др. – Киев, 1975. – Т. 1, 2.