

УДК 681.3.06:62-507

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОДНОКОНТУРНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМАХ

© 1999 г. В. В. Киселев, А. А. Шалыто

Санкт-Петербург, НПО "Аврора"

Поступила в редакцию 08.01.97 г.

Исследуются переходные процессы в одноконтурных логических схемах из четного числа элементов. Излагается метод построения функциональных элементов задержки (ФЭЗ), длительность запаздывания которых может превышать сумму запаздываний элементов, их составляющих. Получены соотношения для построения таких ФЭЗ.

**Введение.** Для логических схем (ЛС), как и для других типов динамических систем, характерны переходные процессы, которые в данном случае могут быть названы переключательными процессами (ПП). Изучение ПП выполнялось во многих работах. Основные результаты в этой области приведены в [1, 2]. В классе ЛС наибольший интерес представляют ЛС с контурами (обратными связями).

Настоящая работа посвящена исследованию ПП в простейших ЛС с контурами – одноконтурных ЛС (ОЛС), которые до настоящего времени изучались недостаточно.

**1. Поведение одноконтурных схем.** ОЛС могут быть как комбинационными, так и последовательностными. В [3] приведен пример ОЛС из двухвходовых элементов И и ИЛИ, являющейся комбинационной.

Последовательностное поведение ОЛС связано с наличием инверторов в них. В [4] показано, что если контур содержит нечетное число инверторов, то схема переходит в генераторный режим. На рис. 1 приведена схема, которая при  $x = 1$  преобразуется в нечетный контур из трех инверторов, функционирующий в соответствии с графом переходов (ГП), содержащим неустойчивые вершины (рис. 2).

Если контур содержит четное число инверторов (четный контур), то он обладает памятью. На рис. 3 приведена схема, которая при  $x = 1$  преобразуется в четный контур из четырех инверторов, функционирующий в соответствии с ГП (рис. 4). Обе вершины этого ГП устойчивы.

Более внимательное рассмотрение функционирования этой схемы при переходе из одного состояния в другое показывает, что так как реальные элементы ЗАПРЕТ инерционны, то переходы в ГП осуществляются не непосредственно, а

через промежуточные состояния, что требует самостоятельного исследования.

Как будет показано ниже, это исследование позволяет предложить метод построения функциональных элементов задержки, длительность запаздывания которых может превышать сумму запаздываний элементов, их составляющих. Этот метод базируется на результатах работ [5, 6].

Теоретический интерес этого метода состоит в том, что он относится к группе методов, которые позволяют обеспечить для композиции элементов более высокие показатели качества по сравнению с ее составляющими. К таким методам относится, например, метод построения надежных схем из ненадежных элементов [7].

**2. Исследование переключательных процессов в четных контурах.** Для изучения четных контуров и ПП в них рассмотрим схемы, содержащие наряду с элементами ЗАПРЕТ также и элементы задержки (ЭЗ). Так как время срабатывания элементов ЗАПРЕТ существенно меньше этого показателя для ЭЗ, будем считать, что комбинационные элементы безынерционны. При этом будем предполагать, что ЭЗ функционируют следующим образом. При отсутствии входного потенциала сигнал на выходе отсутствует (обозначим состояние и выходной сигнал в этом случае символом 0). При поступлении входного потенциала элемент переходит в возбужденное состояние (начинает набирать время), при этом на его выходе сигнал продолжает отсутствовать (обозначим возбужденное состояние символом 0\*, а выходной сигнал – символом 0). Если выходной сигнал продолжает присутствовать, то при наступлении момента времени  $T$  элемент срабатывает и на его выходе появляется потенциальный сигнал (обозначим состояние и выходной сигнал в этом случае символом 1). Если входной сигнал становится равным нулю, то выходной сигнал, если он был,

мгновенно исчезает (становится равным нулю) независимо от того, в каком состоянии 0\* или 1 он находился. Элемент, работающий указанным образом, называется задержкой на срабатывание (рис. 5).

Предположим, что задан четный контур, содержащий  $n$  элементов ЗАПРЕТ и  $n$  элементов задержки. Для  $n = 4$  схема приведена на рис. 6.

При  $x = 0$  схема находится в первом устойчивом состоянии, в котором все ЭЗ находятся в состоянии 0. Если входной сигнал становится равным единице, то все ЭЗ возбуждаются и начинают набирать время и в схеме начинается ПП, время завершения которого (момент перехода схемы во второе устойчивое состояние) зависит от соотношения времен запаздывания (ВЗ) ЭЗ.

По истечении времени, равного величине минимального запаздывания ЭЗ, за один такт происходит следующее: соответствующий ЭЗ срабатывает и его выходной сигнал переводит в нулевое состояние соседний ЭЗ. Под соседним будем понимать ЭЗ, расположенный справа.

Срабатывание следующего ЭЗ переведет его соседа в нулевое состояние, который в свою очередь переведет уже своего соседа в возбужденное состояние 0\*. В дальнейшем в ходе ПП число возбужденных элементов в схеме начинает изменяться.

При этом может возникнуть ситуация, в которой возбуждение двух соседних элементов заканчивается их одновременным переходом в состояние 1, т.е. наступает состязание этих элементов.

Определим параметры ВЗ, при которых это состязание возникает.

Рассмотрим контуры, соотношения между ВЗ в которых удовлетворяют одному из неравенств

$$\dots > T_{k-1} > T_k > T_{k+1} > \dots; \quad (2.1)$$

$$\dots < T_{k-1} < T_k < T_{k+1} < \dots, \quad (2.2)$$

где  $T_k$  – ВЗ элемента задержки с номером  $k$ .

При выполнении (2.1) ПП завершится устойчивым состоянием, в котором все ЭЗ с нечетными номерами будут находиться в состоянии 0, а все ЭЗ с четными номерами – в состоянии 1. Для этого случая характерно, что первый элемент перейдет из состояния 0\* в состояние 0, минуя единичное состояние. В рассматриваемом случае невозможно совпадение расчетных моментов перехода в состояние 1 двух каких-либо соседних ЭЗ, т.е. их состязание отсутствует. При этом длительность ПП равна ВЗ первого элемента схемы.

Пример 1. Пусть в схеме (рис. 6)  $T_1 = 4, T_2 = 3, T_3 = 2, T_4 = 1$ . Построим таблицу возбуждения (ТВ) элементов задержки для этого случая (табл. 1).

При выполнении соотношения (2.2) переключательный процесс завершится устойчивым со-

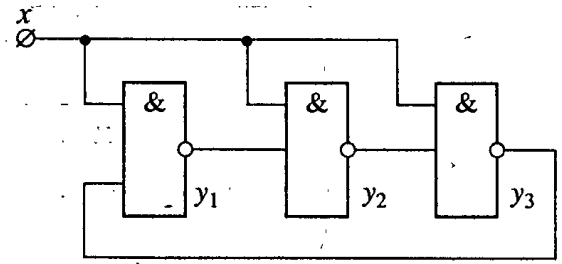


Рис. 1.

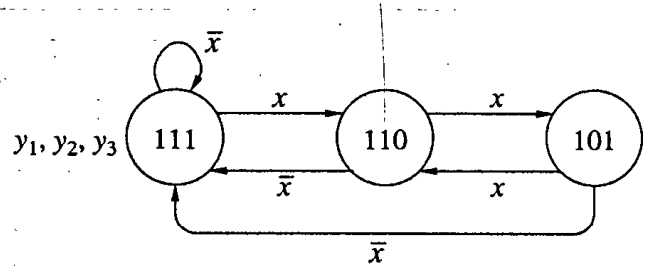


Рис. 2.

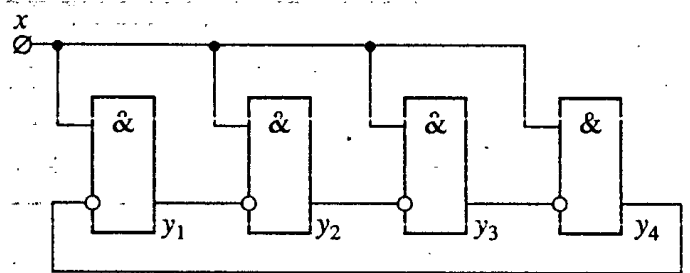


Рис. 3.

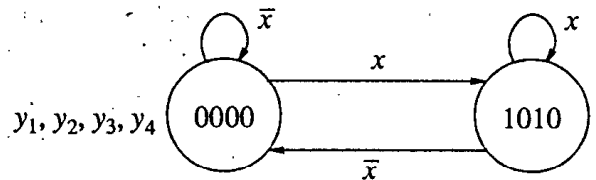


Рис. 4.

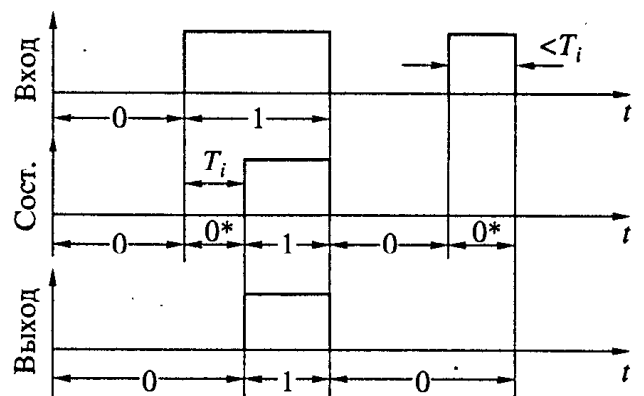


Рис. 5.

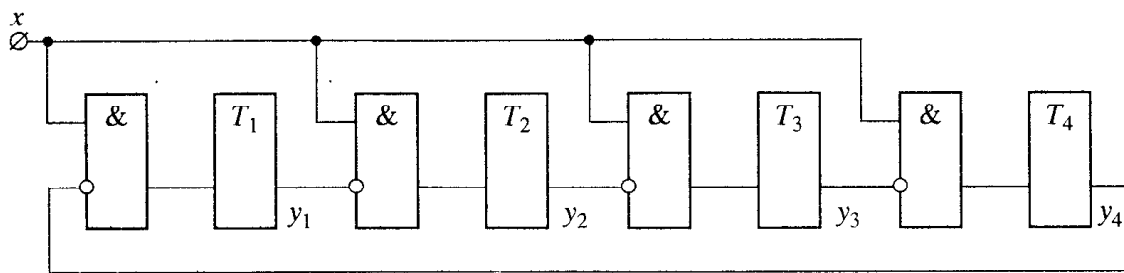


Рис. 6.

стоянием, в котором все ЭЗ с нечетными номерами будут находиться в состоянии 16 а все ЭЗ с четными номерами – в состоянии 0. При этом длительность ПП равна ВЗ предпоследнего элемента схемы.

**Пример 2.** Пусть в схеме (рис. 6)  $T_1 = 1, T_2 = 2, T_3 = 3, T_4 = 4$ . Построим ТВ для этого случая (табл. 2).

Из рассмотрения табл. 1 и 2 следует, что при выполнении соотношений (2.1) и (2.2) в контуре по крайней мере один элемент не переходит в единичное состояние ни одного раза. Попытаемся определить соотношение между временами запаздывания элементов схемы при условии, чтобы каждый ЭЗ в ней неоднократно переходил в это состояние. Для этого выберем ВЗ элементов схемы таким образом, чтобы для части элементов выполнялось соотношение (2.2), а для остальных – (2.1). Осуществим этот выбор следующим образом:

$$T_1 < T_2 > T_3 > T_4 > \dots > T_n. \quad (2.3)$$

Соотношения для определения  $T_i$  выберем так, чтобы расчетные моменты срабатывания для

Таблица 1

$N$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
0	0	0	0	0
1	0*	0*	0*	0*
2	0	0*	0*	1
3	0*	0*	1	0
4	0*	1	0	0*
5	0	1	0	1

Таблица 2

$N$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
0	0	0	0	0
1	0*	0*	0*	0*
2	1	0	0*	0*
3	1	0	0*	0*
4	1	0	1	0

первого и второго ЭЗ наступали одновременно, т.е. имело бы место состязание эти элементов. Результатом состязания может быть новое устойчивое состояние схемы или продолжение ПП. Первая ситуация наступает, если состязание выигрывает первый элемент, а вторая – если второй. В случае наступления устойчивого состояния нечетные элементы будут находиться в единичном состоянии, а четные – в нулевом.

Необходимо отметить, что при выполнении (2.3), во-первых, первый элемент впервые перейдет из состояния 0\* в состояние 0 через единичное состояние, что отсутствовало при выполнении (2.1), а во-вторых, с момента первого перехода этого элемента в единичное состояние для ПП характерна периодичность появления передних фронтов единичных импульсов первого и второго ЭЗ. На основе [5, 6] можно показать, что эти события наступают одновременно в момент времени

$$t = T_n \frac{T_q - T_2}{T_q - T_n}, \quad (2.4)$$

где  $T_q$  – сумма ВЗ четных элементов;  $T_n$  – сумма ВЗ нечетных элементов.

Если предположить, что все ВЗ – целые числа, то из (2.4) следует, что величина  $t$  максимальна при

$$T_q - T_n = 1. \quad (2.5)$$

Учитывая (2.3), соотношение (2.5) выполняется [5, 6] при

$$T_1 = T_2 - n/2; \quad (2.6)$$

$$T_i = T_2 - i + 1, \quad (2.7)$$

где  $i = 3, 4, \dots, n$ .

Покажем, что при указанном выборе ВЗ соотношение (2.5) действительно выполняется. Учитывая (2.6) и (2.7), получим соотношения для определения  $T_n$  и  $T_q$ , предварительно отметив, что

$$1 + 3 + 5 + \dots + (n-1) = (n/2)^2;$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + n = \frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} + 1 \right).$$

При этом

$$T_n = T_1 + T_3 + T_5 + \dots + T_{n-1} = (T_2 - n/2) + (T_2 - 3 + 1) + (T_2 - 5 + 1) + \dots + (T_2 - (n-1) + 1) =$$

$$= \frac{n}{2}T_2 - \frac{n}{2} - \left( \left( \frac{n}{2} \right)^2 - 1 \right) + \frac{n}{2} - 1 = \frac{n}{2}T_2 - \left( \frac{n}{2} \right)^2 =$$

$$= \frac{n}{2} \left( T_2 - \frac{n}{2} \right);$$

$$T_q = T_2 + T_4 + T_6 + \dots + T_n = T_2 + (T_2 - 4 + 1) +$$

$$+ (T_2 - 6 + 1) + \dots + (T_2 - n + 1) =$$

$$= \frac{n}{2}T_2 - \left( \frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} + 1 \right) - 2 \right) + \frac{n}{2} - 1 =$$

$$= \frac{n}{2}T_2 - \left( \frac{n}{2} \right)^2 + 1 = \frac{n}{2} \left( T_2 - \frac{n}{2} \right) + 1.$$

Таким образом,

$$T = T_n + T_q = n(T_2 - n/2) + 1. \quad (2.8)$$

Полученные соотношения для  $T_n$ ,  $T_q$  и (2.5) позволяют из (2.4) определить  $t$  как функцию только от переменных  $n$  и  $T_2$ . Эта функция имеет вид

$$t = \frac{n}{2} \left( T_2 - \frac{n}{2} \right) \left( \frac{n}{2} \left( T_2 - \frac{n}{2} \right) + 1 - T_2 \right). \quad (2.9)$$

Наиболее важным для рассматриваемого класса схем является то свойство, что время ПП (величина  $t$ ) может превышать сумму ВЗ всех ЭЗ в контуре.

Необходимо отметить, что минимальная величина  $n$ , при которой обеспечивается указанное свойство, равна четырем, так как при  $n = 2$  соотношение (2.3) не может быть выполнено.

При  $n = 4$  определим, используя соотношения (2.3)...(2.7), минимальное значение  $T_2$ , при котором  $t$  превышает сумму ВЗ всех ЭЗ контура, равную  $T$ . При  $T_2 = 4$  из указанных соотношений следует, что  $T_1 = 2, T_3 = 3, T_4 = 1$  и  $(t = 4) < (T = 9)$ . При  $T_2 = 5$  из этих соотношений следует, что  $T_1 = 3, T_3 = 3, T_4 = 2$  и  $(t = 12) < (T = 13)$ . При  $T_2 = 6$  имеем  $T_1 = 4, T_3 = 4, T_4 = 3$  и  $(t = 24) > (T = 17)$ . Таким образом, искомое значение  $T_2$  равно шести.

Пример 3. Построить ТВ для схемы (рис. 6) при  $T_1 = 4, T_2 = 6, T_3 = 4, T_4 = 3$  (табл. 3).

Обратим внимание на строку 24, в которой происходит состязание ЭЗ1 и ЭЗ2 (оба элемента одновременно "набрали" необходимое время). Строка 25 заполнена в предположении, что состязание выиграл первый элемент. При этом схема перешла в устойчивое состояние: ПП завершился.

Таблица 3

N	T <sub>1</sub> (4)	T <sub>2</sub> (6)	T <sub>3</sub> (4)	T <sub>4</sub> (3)	N	T <sub>1</sub> (4)	T <sub>2</sub> (6)	T <sub>3</sub> (4)	T <sub>4</sub> (3)
0	0	0	0	0	13	0*	0*	1	0
1	0*	0*	0*	0*	14	0*	0*	1	0
2	0*	0*	0*	0*	15	0*	0*	1	0
3	0*	0*	0*	0*	16	0*	1	0	0*
4	0	0*	0*	1	17	1	0	0*	0*
5	0*	0*	1	0	18	1	0	0*	0*
6	0*	0*	1	0	19	0	0*	0*	1
7	0*	1	0	0*	20	0	0*	0*	1
8	0*	1	0	0*	21	0*	0*	1	0
9	1	0	0*	0*	22	0*	0*	1	0
10	0	0*	0*	1	23	0*	0*	1	0
11	0	0*	0*	1	24	0*	0*	1	0
12	0	0*	0*	1	25	1	0	1	0

Таблица 4

N	T <sub>1</sub> (8)	T <sub>2</sub> (12)	T <sub>3</sub> (7)	T <sub>4</sub> (5)	N	T <sub>1</sub> (8)	T <sub>2</sub> (12)	T <sub>3</sub> (7)	T <sub>4</sub> (5)
0	0	0	0	0	24	0*	0*	1	0
1	0*	0*	0*	0*	25	0*	0*	1	0
2	0*	0*	0*	0*	26	0*	0*	1	0
3	0*	0*	0*	0*	27	0*	0*	1	0
4	0*	0*	0*	0*	28	0*	0*	1	0
5	0*	0*	0*	0*	29	0*	0*	1	0
6	0	0*	0*	1	30	0*	1	0	0*
7	0	0*	0*	1	31	1	0	0*	0*
8	0*	0*	1	0	32	1	0	0*	0*
9	0*	0*	1	0	33	1	0	0*	0*
10	0*	0*	1	0	34	1	0	0*	0*
11	0*	0*	1	0	35	0	0*	0*	1
12	0*	0*	1	0*	36	0	0*	0*	1
13	0*	1	0	0*	37	0	0*	0*	1
14	0*	1	0	0*	38	0*	0*	1	0
15	0*	1	0	0*	39	0*	0*	1	0
16	1	0	0*	0*	40	0*	0*	1	0
17	1	0	0*	1	41	0*	0*	1	0
18	0	0*	0*	1	42	0*	0*	1	0
19	0	0*	0*	1	43	0*	0*	1	0
20	0	0*	0*	1	44	0*	0*	1	0
21	0	0*	0*	1	45	0*	0*	1	0
22	0	0*	0*	1	46	1	0	1	0
23	0*	0*	1	0					

Для того чтобы ПП завершился устойчивым состоянием без состязания элементов, можно увеличить значение  $T_4$  на величину  $\Delta t = 1/(T_n - T_2)$  [6]. Для последнего примера эта величина равна 0.5.

**Пример 4.** Определить величину  $t$  в четном контуре при  $n = 4$  и  $T_2 = 7$ .

Из соотношений (2.8) и (2.9) следует, что  $T = 21$  и  $t = 40$ .

**Пример 5.** Определить величину  $t$  в четном контуре при  $n = 6$  и  $T_2 = 7$ .

Из соотношений (2.8) и (2.9) следует, что  $T = 25$  и  $t = 72$ .

В случае, когда ПП завершается устойчивым состоянием без состязания, длительность ПП определяется соотношением

$$T_{\text{ПП}} = T_n \left\lceil \frac{T_4 - T_2}{T_4 - T_n} \right\rceil, \quad (2.10)$$

где  $\lceil a \rceil$  – символ округления  $a$  до ближайшего большего целого.

В соотношениях (2.4) и (2.10) величины

$$L_1 = \frac{T_4 - T_2}{T_4 - T_n} \quad \text{и} \quad L_2 = \left\lceil \frac{T_4 - T_2}{T_4 - T_n} \right\rceil$$

равны числу единичных импульсов, формируемых первым ЭЗ контура, причем в первом случае в момент формирования последнего импульса происходит состязание, а во втором – ПП завершается без состязаний.

Это замечание необходимо учитывать при решении задачи, обратной относительно рассмотренной выше: пусть заданы значения величин  $n$  и  $t$  и требуется определить значения ВЗ элементов четного контура.

При этом предполагается, что ЭЗ могут настраиваться в диапазоне от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$  с кратностью  $\Delta t$ . Если значение  $L_1$  – целое, то параметры контура обеспечивают получение  $T_{\text{ПП}} = t$ . Если  $L_1$  – дробное, то параметры контура должны быть выбраны так, чтобы значение  $T_{\text{ПП}}$  превосходило  $t$ , но было к нему наиболее близким.

Решая уравнение (2.9) относительно  $T_2$ , получим

$$T_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (2.11)$$

где

$$a = \frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} - 1 \right); \quad b = -\frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} - \frac{n}{2} - 1 \right); \quad c = \frac{n^4}{16} - \frac{n^2}{4} - t.$$

**Пример 6.** Пусть  $n = 4$ ,  $t = 24$ ,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 10$ ,  $\Delta t = 0.1$ . Определить  $T_i$ , где  $k = 1, \dots, 4$ .

Из (2.11) следует, что, так как  $a = 2$ ,  $b = -10$ ,  $c = -12$ , то  $T_2 = 6$ . При этом из соотношений (2.6) и (2.7) следует, что  $T_1 = 4$ ,  $T_3 = 4$ ,  $T_4 = 3$ .

**Пример 7.** Пусть  $n = 4$ ,  $t = 20$ ,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 10$ ,  $\Delta t = 0.1$ . Определить  $T_i$ , где  $i = 1, \dots, 4$ .

Из (2.11) следует, что так как  $a = 2$ ,  $b = -10$ ,  $c = -8$ , то  $T_2 = 5.7$ . При этом из соотношений (2.6) и (2.7) следует, что  $T_1 = 3.7$ ,  $T_3 = 3.7$ ,  $T_4 = 2.7$ . Используя (2.10), получим  $T_{\text{ПП}} = 22.2$ .

Уменьшим величину  $T_2$ . Пусть  $T_2 = 5.4$ . При этом из соотношений (2.6) и (2.7) следует, что  $T_1 = 3.4$ ,  $T_3 = 3.4$ ,  $T_4 = 2.4$ . Используя (2.10), получим  $T_{\text{ПП}} = 20.4$ .

При  $T_2 = 5.3$  получим  $T_{\text{ПП}} = 19.8$ . Таким образом, величина  $T_{\text{ПП}}$ , превышающая 20 и наиболее близкая к этому значению, равна 20.4. При этом  $T_1 = 3.4$ ,  $T_2 = 5.4$ ,  $T_3 = 3.4$  и  $T_4 = 2.4$ .

Построение ТВ с шагом 0.1 показало, что в устойчивое состояние (1010) схема переходит в строке с номером 20.5. Так как возбуждение схемы начинается в строке 0.1, то запаздывание равно 20.4.

**Пример 8.** Пусть  $n = 4$ ,  $t = 46$ ,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 10$ ,  $\Delta t = 0.1$ . Определить  $T_i$ , где  $i = 1, \dots, 4$ .

Из (2.11) следует, что так как  $a = 2$ ,  $b = -10$ ,  $c = -34$ , то  $T_2 = 7.3$ . При этом из соотношений (2.6) и (2.7) следует, что  $T_1 = 5.3$ ,  $T_3 = 5.3$ ,  $T_4 = 4.3$ . Используя (2.10), получим  $T_{\text{ПП}} = 53$ .

Уменьшим величину  $T_2$ . Пусть  $T_2 = 7.1$ . При этом из соотношений (2.6) и (2.7) следует, что  $T_1 = 5.1$ ,  $T_3 = 5.1$ ,  $T_4 = 4.1$ . Используя (2.10), получим  $T_{\text{ПП}} = 51$ .

При  $T_2 = 7$  получим  $T_{\text{ПП}} = 40$ .

Таким образом, величина  $T_{\text{ПП}}$ , превышающая 46 и наиболее близкая к этому значению, равна 51. При этом  $T_1 = 5.1$ ,  $T_2 = 7.1$ ,  $T_3 = 5.1$ ,  $T_4 = 4.1$ .

Задача, поставленная в последнем примере, может быть решена точно при эвристическом выборе параметров ЭЗ:  $T_1 = 8$ ,  $T_2 = 12$ ,  $T_3 = 7$ ,  $T_4 = 5$ . При этом ПП завершается без состязания, а из (2.10) следует, что  $T_{\text{ПП}} = 45$  (табл. 4).

**Заключение.** Изложенные результаты кроме теоретического интереса представляют также и практическую ценность и могут использоваться, например, при аппаратной и программной реализации ФЭЗ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варшавский В.И., Розенблюм Л.Я., Мараховский В.В. и др. Аperiodические автоматы. М.: Наука, 1976.
2. Варшавский В.И., Розенблюм Л.Я., Цирлин В.С. и др. Автоматное управление асинхронными

- процессами в ЭВМ и дискретных системах. М.: Наука, 1986.
3. Rivest R.L. The necessity of feedback in minimal monotone combinational circuits // IEEE Trans. Computers. 1977. № 6.
  4. Горбатов В.А., Останков Б.Л., Фролов С.А. Регулярные структуры автоматного управления. М.: Машиностроение, 1980.
  5. Киселев В.В. Функциональные возможности "четных контуров" при реализации временных программ // Вопросы судостроения. Сер. "Судовая автоматика". 1982. Вып. 27.
  6. Киселев В.В., Шалыто А.А. Исследование переключательных процессов в "четных контурах" // Тез. докл. VII Всесоюз. науч.-техн. конф. "Проблемы комплексной автоматизации судовых технических средств". Л.: ВНТО им. акад. А.Н. Крылова, 1989.
  7. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.

*ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК*

# ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Главный редактор  
Е.А. Федосов

<http://www.maik.rssi.ru>



“НАУКА”

МАИК “НАУКА/ИНТЕРПЕРИОДИКА”