

УДК 681.3.06:62-507

РЕАЛИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФОРМУЛ И БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОРОДНЫМИ СТРУКТУРАМИ

© 2002 г. А. А. Шалыто

Санкт-Петербург, Федеральный научно-производственный центр – ФГУП “НПО “Аврора””,
Санкт-Петербургский государственный ин-т точной механики и оптики (техн. ун-т)

Поступила в редакцию 19.08.99 г., после доработки 12.11.01 г.

Рассмотрены одноканальные, многоканальные и плоскостные однородные структуры из комбинационных элементов, предназначенные для реализации булевых формул, заданных скобочными формами. Предложен метод реализации неповторными однородными каскадами Майтра одного класса булевых функций. Предложено использовать новые преобразования булевых функций для поиска их эффективных реализаций повторными однородными каскадами Майтра.

Введение. Известно большое число работ, посвященных реализации булевых функций однородными структурами. Однако вопросы реализации булевых формул, заданных скобочными формами, однородными структурами из комбинационных элементов в работах других авторов исследованы недостаточно. Также недостаточно исследованы и вопросы о реализации булевых функций однородными каскадами Майтра. Настоящая работа призвана дать ответы на указанные вопросы.

1. Реализация булевых формул в базисе и(или) не каскадами Макхопадхая и пороговыми элементами. Одномерная однонаправленная структура из элементов И и ИЛИ называется каскадом Макхопадхая [1]. Исследование функциональных возможностей таких каскадов выполнено в [2]. При этом, в частности, показано, что они реализуют только неповторные пороговые функции (формулы). Следовательно, каждый каскад Макхопадхая – пороговый элемент.

В [2, 3] рассмотрены обобщенные каскады Макхопадхая, являющиеся древовидными схемами из каскадов Макхопадхая. При этом показано, что такой обобщенный каскад с h входами содержит не более $[h/2]$ каскадов Макхопадхая.

Так как произвольная булева формула в базисе И, ИЛИ, НЕ из h букв при равной доступности прямых и инверсных входных переменных реализуется обобщенным каскадом с h входами, то тем самым доказано, что формулы этого класса реализуются схемами из пороговых элементов, число которых определяется соотношением

$$1 \leq P \leq [h/2].$$

Этот результат чрезвычайно важен для теории синтеза схем из пороговых элементов, так как позволяет более точно предсказать сложность таких схем по сравнению с известными подходами [4].

Простейшим однородным настраиваемым каскадом Макхопадхая является каскад из трехвходовых мажоритарных элементов (МЭ) [3] (рис. 1). Эти каскады из $n - 1$ элементов при равной доступности прямых и инверсных входных переменных реализуют неповторные пороговые функции n переменных [2].

При таких входных переменных второй тип однородных каскадов из $h - 1$ трехвходовых мажоритарных элементов (рис. 2), которые не являются каскадами Макхопадхая, позволяет реализовать произвольные булевы формулы в рассматриваемом базисе из h букв [5, 6]. Метод реализации указанного класса формул этим типом каскадов описан в [7].

2. Реализация булевых функций каскадами Майтра. Одномерная однонаправленная структура из двухвходовых элементов И, ИЛИ, НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ называется каскадом Майтра [8].

Функциональные возможности таких каскадов рассмотрены в [9]. В [10] были введены обобщенные каскады Майтра, являющиеся древовидными схемами из каскадов Майтра, и исследованы их функциональные возможности при $n \leq 6$. Дальнейшее изучение этих каскадов выполнено в [2].

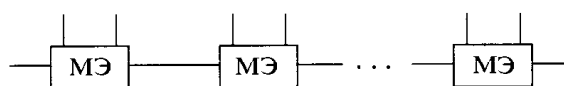


Рис. 1.

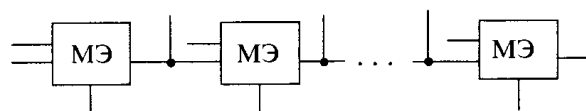


Рис. 2.

Известны также настраиваемые однородные каскады Майтра, каждая ячейка которых может быть настроена на реализацию функций указанных выше элементов [3, 11]. Существенно более простым каскадом этого типа является однородный каскад из мультиплексоров (MX) "2 в 1", в котором выход предыдущего элемента соединяется с управляющим входом последующего элемента (рис. 3).

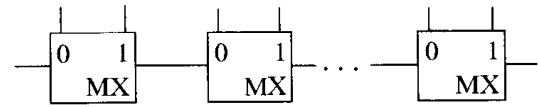


Рис. 3.

Отметим, что каскады этого типа имеют принципиально другую структуру по сравнению со вторым типом однородных каскадов, которые также построены из мультиплексоров "2 в 1", но не являются каскадами Майтра (рис. 4).

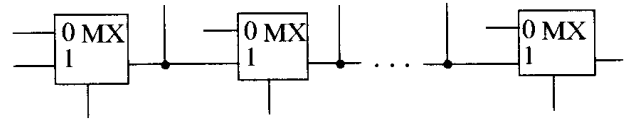


Рис. 4.

Модификация структуры каскадов приводит к изменению их функциональных возможностей. При этом каскад второго типа из $h - 1$ мультиплексоров "2 в 1" позволяет реализовать произвольные булевы формулы в рассматриваемом базисе из h букв [6].

Каскады и настраиваемые каскады Майтра могут быть разделены на два класса: повторные и бесповторные. Если в повторных каскадах одна и та же переменная может подаваться на несколько элементов каскада, то в бесповторных каскадах это запрещено. При этом и в тех и в других каскадах для реализации функции НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ на входы одного элемента могут одновременно подаваться переменная и ее инверсия.

Будем называть настраиваемый каскад, реализующий заданную булеву функцию (булеву формулу), настроенным.

В [12] были установлены следующие пять свойств:

- если $f(x_i = 0) = 0$, то $f = x_i f(x_i = 1)$;
- если $f(x_i = 1) = 0$, то $f = !x_i f(x_i = 0)$;
- если $f(x_i = 0) = 1$, то $f = !x_i \vee f(x_i = 1)$;
- если $f(x_i = 1) = 1$, то $f = x_i \vee f(x_i = 0)$;
- если $f(x_i = 0) = !f(x_i = 1)$,
- то $f = x_i \oplus f(x_i = 0) = !x_i \oplus f(x_i = 1)$,

которые определяют возможность разложения заданной булевой функции по переменной x_i или ее инверсии $!x_i$. Эти соотношения могут использоваться при построении бесповторных каскадов по заданной булевой формуле.

При задании булевой функции в виде таблицы истинности применять эти соотношения удобно, проводя разложение этой функции и всех ее остаточных функций по крайней левой входной переменной.

В [6] было установлено свойство столбца значений булевой функции, реализуемой бесповторным настроенным каскадом Майтра, состоящее в том, что этот столбец должен состоять только из двух типов фрагментов длиной t , где $t = 2, 4, \dots, 2^{n-1}$. Од-

нако метод построения рассматриваемых каскадов по таблицам истинности, обладающим указанным свойством, не был известен.

Ниже предлагается такой метод, который может быть назван мультиплексорным методом с настраиваемым образом декомпозиции. При его применении в булевой функции и всех ее остаточных функциях, заданных таблицами истинности, "выделяется" крайняя правая входная переменная и на каждом шаге составляется и решается относительно подфункции Φ с помощью мультиплексорного метода [13] уравнение

$$f = MX(Q_0, Q_1; \Phi),$$

где f – заданная функция или подфункция; Q_0 и Q_1 – фрагменты длиной два, зависящие от выделенной переменной и из которых состоит столбец значений этой функции или подфункции.

Метод строит для булевой функции n переменных, обладающей указанным свойством, настроенный каскад Майтра, число элементов в котором $n - 1$.

Пример 1. Реализовать булеву функцию

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = |0111\ 0101\ 0101\ 0111|^T.$$

Заданная таблица истинности обладает указанным свойством. Полагая, что $Q_{01} = x_4$, $Q_{11} = 1$, составим и решим уравнение

$$f = MX(x_4, 1; \Phi_1);$$

$$MX(x_4, 1, x_4, x_4, x_4, x_4, x_4, 1; x_1, x_2, x_3) = MX(x_4, 1; \Phi_1);$$

$$\Phi_1 = MX(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1; x_1, x_2, x_3).$$

Полагая, что $Q_{02} = x_3$, $Q_{12} = 0$, составим и решим уравнение

$$\Phi_1 = MX(x_3, 0; \Phi_2);$$

$$MX(x_3, 0, 0, x_3; x_1, x_2) = MX(x_3, 0; \Phi_2);$$

$$\Phi_2 = MX(0, 1, 1, 0; x_1, x_2).$$

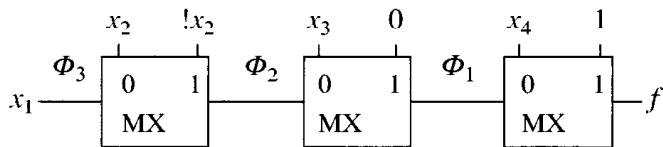


Рис. 5.

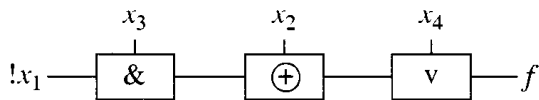


Рис. 6.

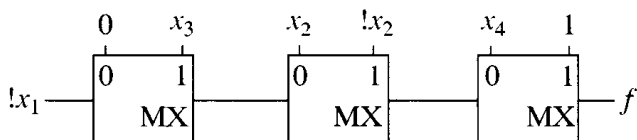


Рис. 7.

Полагая, что $Q_{03} = x_2$, $Q_{13} = !x_2$, составим и решим уравнение

$$\Phi_2 = MX(x_2, !x_2; \Phi_3);$$

$$MX(x_2, !x_2; x_1) = MX(x_2, !x_2; \Phi_3);$$

$$\Phi_3 = MX(0, 1; x_1) = x_1.$$

На основе приведенных соотношений построим настроенный каскад Майтра (рис. 5), реализующий заданную булеву функцию.

Если столбец функции указанным свойством не обладает, то это не значит, что эта булева функция не будет обладать этим свойством при другом порядке входных переменных в таблице истинности. Вместо проведения таких перестановок, “направление” которых не известно, автором предлагается по булевой функции построить булеву формулу в базисе $\{\&, \vee, \oplus, !\}$.

Если эта булева формула неповторна, то она реализуется формульным методом [3] неповторным каскадом Майтра, который в свою очередь может быть реализован неповторным настраиваемым каскадом Майтра.

Пример 2. Реализовать булеву функцию

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = |0111 \ 1101 \ 0101 \ 1111|^T.$$

Эта таблица истинности указанным свойством не обладает, так как содержит четыре типа фрагментов длиной четыре. Используя карту Карно, построим булеву формулу в базисе И, ИЛИ, НЕ

$$f = !x_1 x_3 !x_2 \vee (x_1 \vee !x_3) x_2 \vee x_4.$$

Эта формула может быть преобразована следующим образом:

$$f = (!x_1 x_3 \oplus x_2) \vee x_4.$$

Полученная булева формула реализуется формульным методом каскадом Майтра (рис. 6). Эта схема применяется для настройки неповторного настраиваемого каскада Майтра (рис. 7).

Для построения повторных настроенных каскадов Майтра в [12] было предложено использовать разложения Рида

$$f = f(x_i = 0) \oplus (f(x_i = 0) \oplus f(x_i = 1))x_i;$$

$$f = f(x_i = 1) \oplus (f(x_i = 0) \oplus f(x_i = 1))!x_i.$$

При этом шаг разложения может быть выполнен, если $f(x_i = 0)$ или $f(x_i = 1)$ является “суммой по модулю два” переменных, от которых она зависит, или является одной из переменных или ее инверсией.

В настоящей работе для указанной цели предлагается также применять преобразования булевых функций, названные в [6, 14] преобразованиями Артюхова–Шалыто

$$f = (!x_i f(x_i = 0) \vee x_i !f(x_i = 1)) \oplus x_i,$$

$$f = (!x_i !f(x_i = 0) \vee x_i f(x_i = 1)) \oplus x_i.$$

Пример 3. Реализовать булеву функцию [11], заданную булевой формулой

$$f = x_1 !x_3 \vee !x_1 x_3 \vee x_2 x_3.$$

Так как $f(x_2 = 0) = x_1 \oplus x_3$, $f(x_2 = 1) = x_1 \vee x_3$, $f(x_2 = 0) \oplus f(x_2 = 1) = x_1 x_3$, то, используя первое разложение Рида, получим

$$f = x_1 \oplus x_3 \oplus x_1 x_3 x_2.$$

Эта булева формула может быть реализована формульным методом повторным каскадом Майтра, по которому в свою очередь может быть построен повторный настроенный каскад Майтра, состоящий из четырех мультиплексов “2 в 1”. Так как эта булева формула может быть упрощена

$$f = x_1(1 \oplus x_2 x_3) \oplus x_3 = (!x_2 \vee !x_3)x_1 \oplus x_3,$$

то она может быть реализована формульным методом указанным каскадом Майтра, состоящим из трех мультиплексов “2 в 1” (рис. 8).

Последняя формула может быть непосредственно получена с помощью первого преобразования Артюхова–Шалыто: $f(x_3 = 0) = x_1$, $f(x_3 = 1) = !x_1 \vee x_2$, $!f(x_3 = 1) = x_1 !x_2$, $f = (x_1 !x_3 \vee x_1 !x_2 x_3) \oplus x_3 = (!x_2 \vee !x_3)x_1 \oplus x_3$.

Пример 4. Реализовать булеву функцию, заданную формулой

$$f = !x_1 x_2 x_3 \vee x_1 !x_3.$$

В этом случае $f(x_1 = 0) = x_2 x_3$, $f(x_1 = 1) = !x_3$, $f(x_1 = 0) \oplus f(x_1 = 1) = x_2 \vee !x_3$. При этом основании второго разложения Рида получим

$$f = (x_2 \vee !x_3)!x_1 \oplus !x_3.$$

Эта формула реализуется каскадом, представленным на рис. 9, который может быть также построен и на основе второго преобразования Артюхова–Шалыто: $f(x_3 = 0) = x_1, !f(x_3 = 0) = !x_1, f(x_3 = 1) = !x_1x_2, f = (!x_1x_2x_3 \vee !x_1x_2x_3) \oplus !x_3 = (x_2 \vee !x_3)!x_1 \oplus !x_3$.

Пример 5. Реализовать булеву функцию, заданную формулой

$$f = !x_1x_2x_3 \vee x_1(!x_2x_3 \vee x_2!x_3).$$

В этом случае $f(x_3 = 0) = x_1x_2, f(x_3 = 1) = x_1 \oplus x_2, f(x_3 = 0) \oplus f(x_3 = 1) = x_1 \vee x_2$. Используя второе разложение Рида, получим

$$f = (x_1 \vee x_2)!x_3 \oplus x_2 \oplus x_1.$$

Эта булева формула реализуется каскадом, представленным на рис. 10, который может быть построен также и за счет двухкратного применения первого преобразования Артюхова–Шалыто: $f(x_1 = 0) = x_2x_3, f(x_1 = 1) = x_2 \oplus x_3, !f(x_1 = 1) = !x_2 \oplus x_3, f_1 = !x_1x_2x_3 \vee x_1(!x_2 \oplus x_3), f = f_1 \oplus x_1, f_1(x_2 = 0) = x_1!x_3, f_1(x_2 = 1) = x_3, !f_1(x_2 = 1) = !x_3, f_1 = (x_1!x_2!x_3 \vee x_2!x_3) \oplus \oplus x_2 = (x_1 \vee x_2)!x_3 \oplus x_2$. Таким образом, $f = (x_1 \vee x_2)!x_3 \oplus x_2 \oplus x_1$.

Из приведенных примеров следует, что для класса булевых функций, реализуемых повторными каскадами Майтра, разложения Рида и преобразования Артюхова–Шалыто приводят к одинаковым результатам.

Формулы, которые не могут быть реализованы каскадами Майтра, реализуются схемами, построенными на основе этих каскадов.

Пример 6. Реализовать булеву формулу $f = x_1x_2 \oplus x_3x_4$.

На рис. 11 приведена схема из двухвходовых элементов, являющаяся обобщенным каскадом Майтра, состоящим из двух каскадов, а на рис. 12 – схема из настроенных каскадов Майтра, в первом из которых используется дополнительная ячейка, предназначенная для настройки ячейки второго каскада, реализующей элемент НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ, не связанный со входами схемы.

3. Реализация булевых формул многоканальными однородными структурами. Известны двухканальные однородные структуры из комбинационных элементов [15], называемые каскадами Шорта [12, 16]. В этих структурах каждая ячейка путем подачи констант на настроечные входы может реализовать произвольную пару булевых функций трех переменных, подаваемых на информационный и боковые входы ячейки.

В этой структуре и ее модификациях [12, 16] булевы формулы могут реализовываться в дизъюнктивной нормальной форме, в виде полиномов Жегалкина, а также на основе разложений Рида.

В [12, 16] была предложена трехканальная однородная структура из комбинационных элементов, каждая ячейка которой содержит только

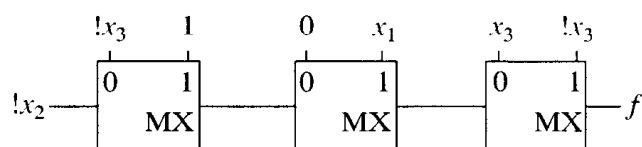


Рис. 8.

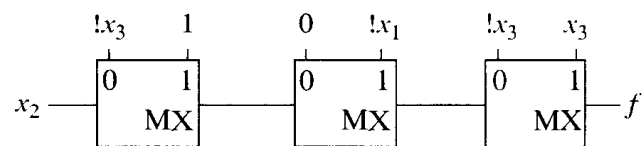


Рис. 9.

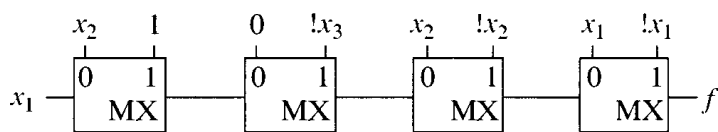


Рис. 10.

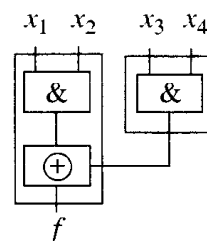


Рис. 11.

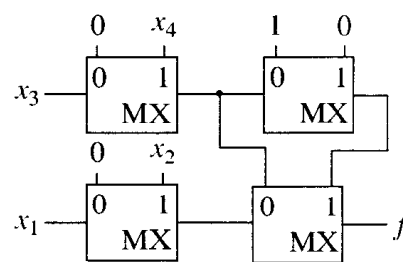


Рис. 12.

один внешний вход, который может использоваться в одних случаях как информационный, а в других – как настроечный вход. Реализация булевой формулы в этой структуре выполняется при ее представлении в виде полинома Жегалкина.

Для реализации скобочных формул ограниченной глубины в [16] были предложены двух- и трехканальные однородные структуры.

Известны также однородные структуры, состоящие из более простых ячеек [17–21]. Эти структуры, названные ленточными, обладают функциональной полнотой.

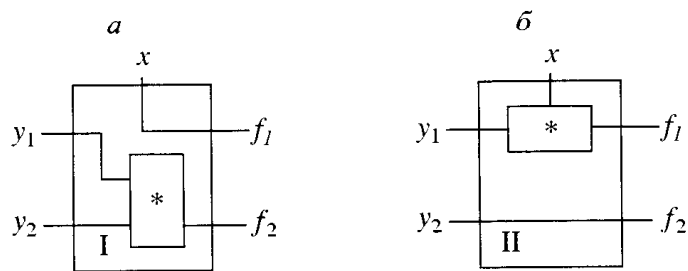


Рис. 13.

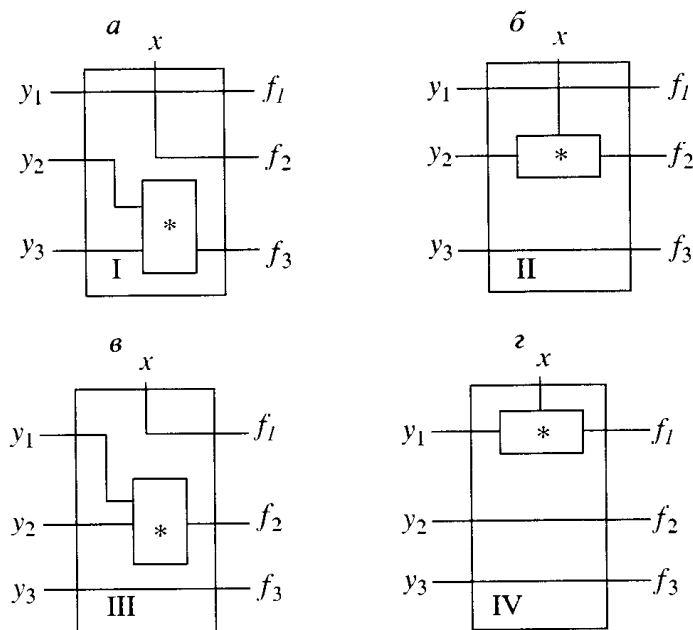


Рис. 14.

Общим недостатком всех перечисленных выше структур и методов вложения булевых формул в них является отсутствие линейной зависимости числа ячеек в структуре от числа букв в реализуемой формуле.

В настоящем разделе предлагаются однородные структуры, число ячеек в которых равно $h - 1$,

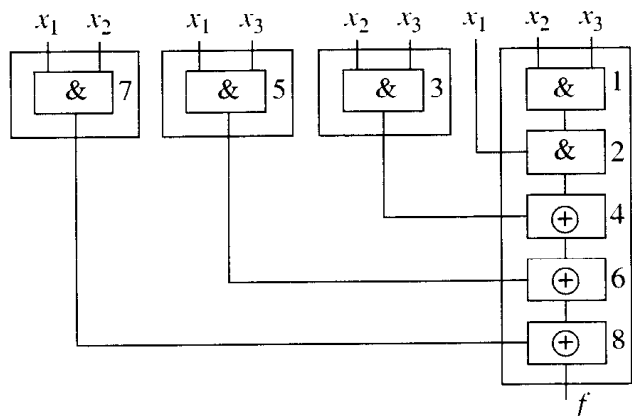


Рис. 15.

где h – число букв в реализуемой формуле, записанной в базисе, для двухместных операций которого выполняется сочетательный закон [3, 22]. При этом число каналов в структуре равно числу уровней каскадов в древовидной схеме максимальной глубины, построенной из двухвходовых элементов этого базиса.

Таким образом, в отличие от известных подходов в однородную структуру вкладываются не “составляющие” реализуемой формулы, а элементы эквивалентной ей древовидной схемы указанного выше типа, реализующей заданную формулу.

В случае, когда доступны только прямые входные переменные, булева формула представляется в виде полинома Жегалкина или скобочной формы, построенной из этого полинома.

Предполагая, что прямые и инверсные входные переменные равнодоступны, будем записывать булевы формулы в одном из двух базисов $\{\&, \vee\}$ и $\{\&, \vee, \oplus\}$.

Общее правило построения предлагаемых структур состоит в том, что для каждой пары каналов, например $(i - 1)$ -го и i -го, должны выполняться соотношения

$$\begin{cases} f_{i-1} = x; \\ f_i = y_i * y_{i-1}; \end{cases} \quad \begin{cases} f_{i-1} = y_{i-1} * x; \\ f_i = y_i, \end{cases}$$

а для всех остальных каналов соотношение

$$f_j = y_j,$$

где $*$ – операции применяемого базиса; $j! = i - 1, i$.

При реализации в каждую ячейку структуры вкладывается один элемент схемы. При этом все элементы каскадов уровня p реализуются в одном канале с номером p . Уровни каскадов нумеруются от входов к выходу, а каналы – сверху вниз.

Это позволяет в двухканальной структуре [23] реализовать двухуровневые каскадные схемы, которым, в частности, соответствуют дизъюнк-

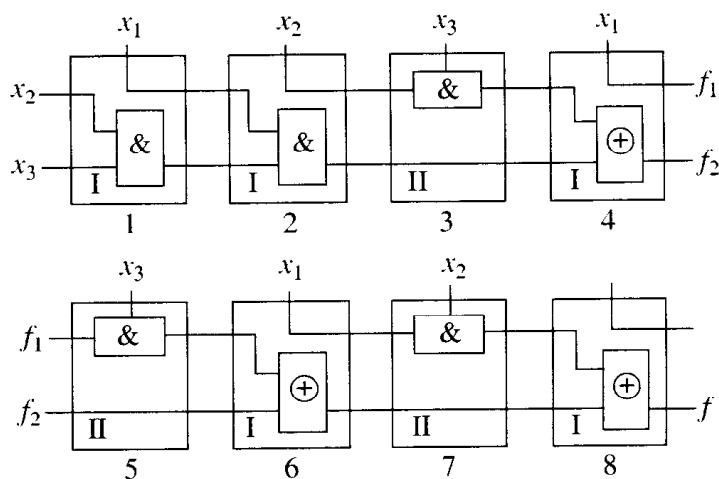


Рис. 16.

тивные нормальные формы и полиномы Жегалкина, что обеспечивает универсальность предлагаемых структур.

На рис. 13, 14 в качестве примеров приведены конфигурации, реализуемые путем настройки каждой ячейки двухканальной и трехканальной структур соответственно.

Пример 7. Реализовать булеву функцию “точно два из трех”, заданную полиномом Жегалкина вида:

$$f = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3.$$

Построим древовидную схему максимальной глубины из двухвходовых элементов $\{\&, \oplus\}$ (рис. 15).

Эта схема из восьми элементов содержит каскады двух уровней (три – первого уровня и один – второго) и реализуется двухканальной однородной структурой из восьми ячеек (рис. 16).

Пример 8. Реализовать булеву формулу

$$f = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4) \vee (x_5 \vee x_6)(x_7 \vee x_8).$$

Древовидная схема, реализующая эту булеву формулу, приведена на рис. 17.

Эта схема из семи элементов содержит каскады трех уровней (по одному – первого и третьего уровней и два каскада второго уровня) и реализуется трехканальной однородной структурой из семи ячеек (рис. 18).

Если в предлагаемых структурах разрешить повороты назад [3], то в k -канальной структуре может быть реализована древовидная схема, содержащая не более $k - 1$ каскадов первого уровня.

Пример 9. Реализовать булеву формулу, рассмотренную в предыдущем примере, в предлагаемой двухканальной однородной структуре.

Структура, реализующая эту булеву формулу, приведена на рис. 19.

Предложенные структуры позволяют реализовать также и системы булевых формул.

Пример 10. Реализовать однородной структурой с минимальным числом каналов систему булевых формул вида

$$f_1 = (x_1 \vee x_2)x_3, \quad f_2 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3.$$

Так как в данном случае древовидная схема состоит из пяти элементов и содержит три каскада (рис. 20), то она может быть реализована трехканальной однородной структурой из пяти ячеек (рис. 21).

4. Реализация булевых формул плоскостными однородными структурами. Известны [24–27] различные плоскостные однородные структуры. Однако такие структуры для реализации произвольных скобочных формул в выбранном базисе в литературе не рассматривались.

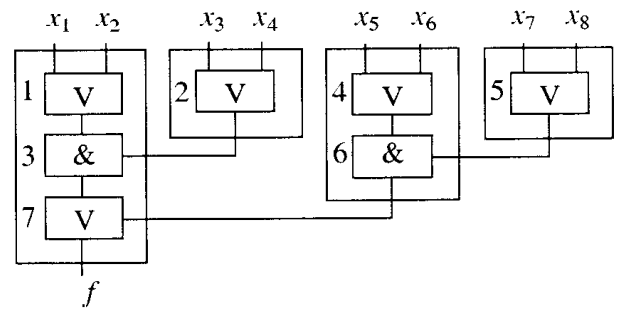


Рис. 17.

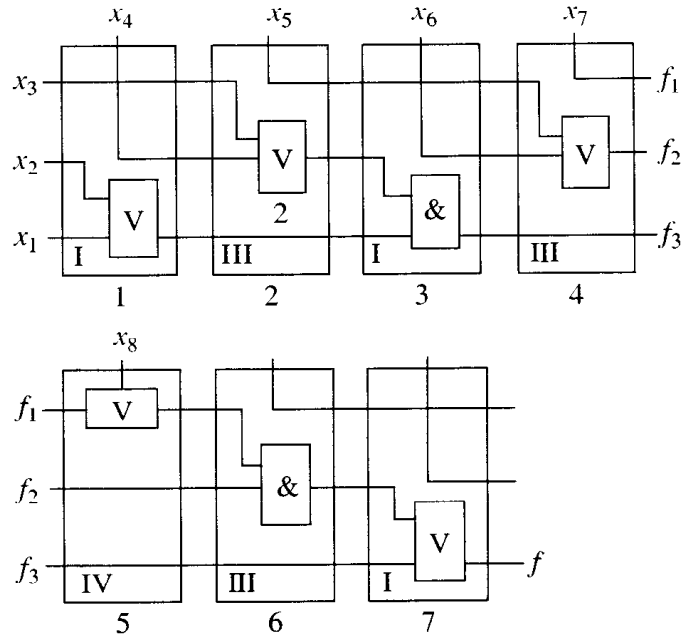


Рис. 18.

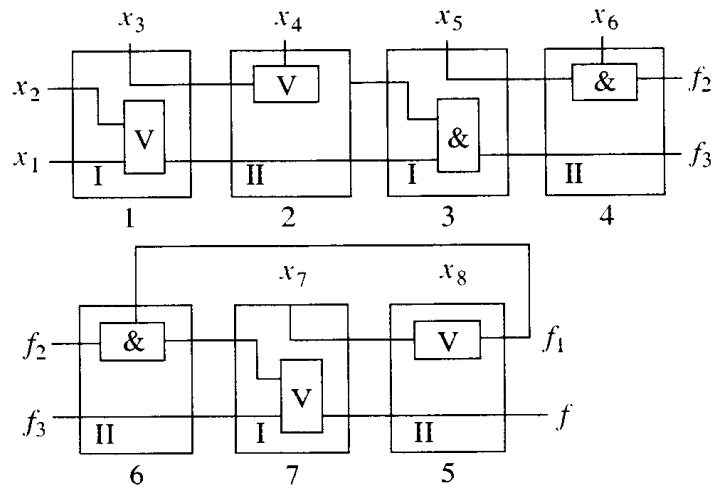


Рис. 19.

В [28] предложена ячейка однородной структуры, которая может быть настроена на реализацию одной из четырех конфигураций, представленных на рис. 22.

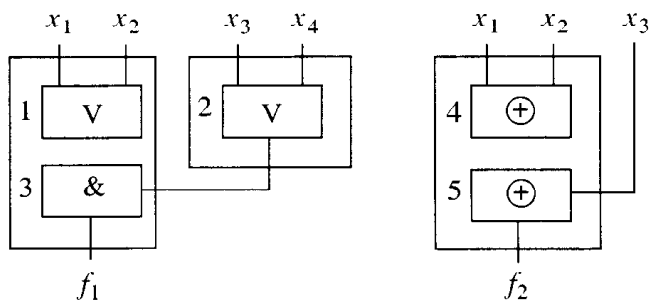


Рис. 20.

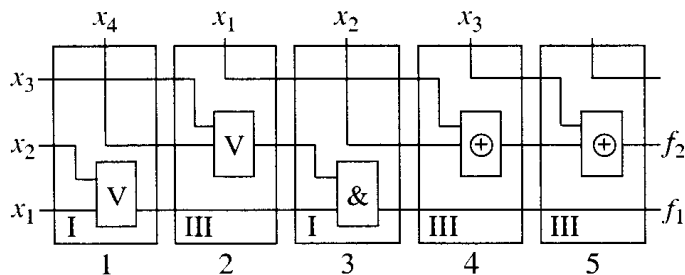


Рис. 21.

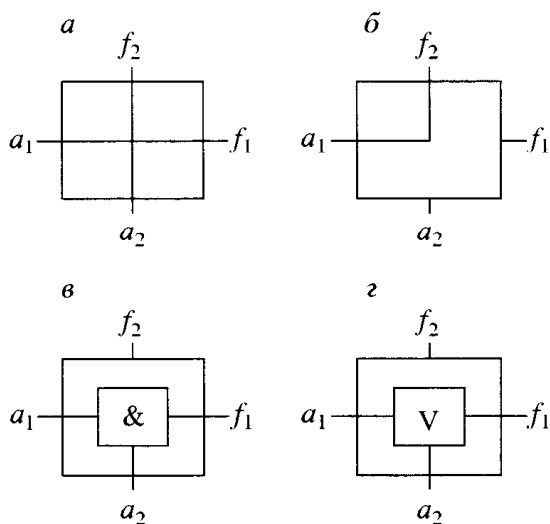


Рис. 22.

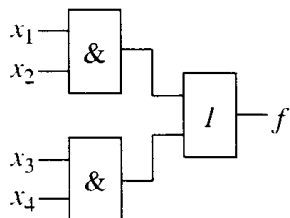


Рис. 23.

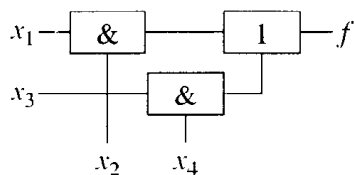


Рис. 24.

Эта ячейка описывается следующей системой булевых формул:

$$f_1 = a_1!z_1!z_2 \vee 0 \& !z_1z_2 \vee a_1a_2z_1!z_2 \vee (a_1 \vee a_2)z_1z_2;$$

$$f_2 = a_2!z_1!z_2 \vee a_1!z_1z_2 \vee 0 \& z_1!z_2 \vee 0 \& z_1z_2.$$

При $z_1 = 0, z_2 = 0$ $f_1 = a_1, f_2 = a_2$; при $z_1 = 0, z_2 = 1$ $f_1 = 0, f_2 = a_1$; при $z_1 = 1, z_2 = 0$ $f_1 = a_1a_2, f_2 = 0$; при $z_1 = 1, z_2 = 1$ $f_1 = a_1 \vee a_2, f_2 = 0$.

На основе этой ячейки может быть построена однородная плоскостная структура. Булева формула в базиса И, ИЛИ, НЕ при равной доступности прямых и инверсных входных переменных реализуется в этой структуре следующим образом.

Заданная булева формула из h букв реализуется древовидной схемой из $h - 1$ двухвходовых элементов И и ИЛИ. В этой схеме выделяются каскады, число которых определяется соотношением [3]

$$1 \leq K \leq [h/2].$$

Построенная схема преобразуется так, что каждый выделенный каскад в схеме размещается в одной строке, а каждый элемент схемы – в одном столбце. Преобразованная схема “вкладывается” в рассматриваемую однородную структуру. Таким образом, заданная булева формула реализуется плоскостной однородной структурой, число ячеек в которой определяется соотношением

$$h - 1 \leq L \leq (h - 1)[h/2].$$

Пример 11. Реализовать в предлагаемой однородной структуре булеву формулу $f = x_1x_2 \vee x_3x_4$.

На рис. 23 приведена древовидная схема, на рис. 24 – преобразованная схема, а на рис. 25 эта схема “вложена” в однородную структуру.

Аналогичный подход может быть применен и для реализации булевых формул, использующих другие двухместные операции. При этом простейшей по числу настроек является ячейка для построения плоскостных однородных структур, реализующих булевы формулы в базисе И–НЕ (ИЛИ–НЕ). Такая ячейка должна настраиваться на реализацию лишь трех конфигураций (рис. 26).

В плоскостной однородной структуре из таких ячеек булева формула $f = x_1x_2 \vee x_3x_4 = !(x_1x_2)(x_3x_4)$

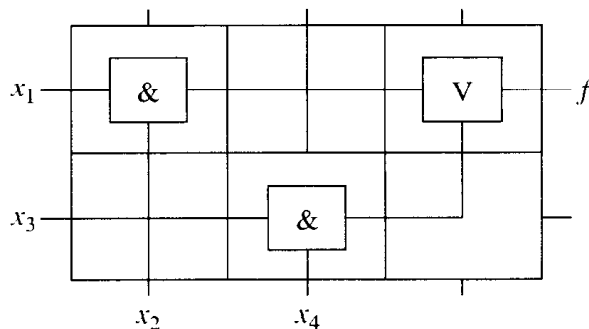


Рис. 25.

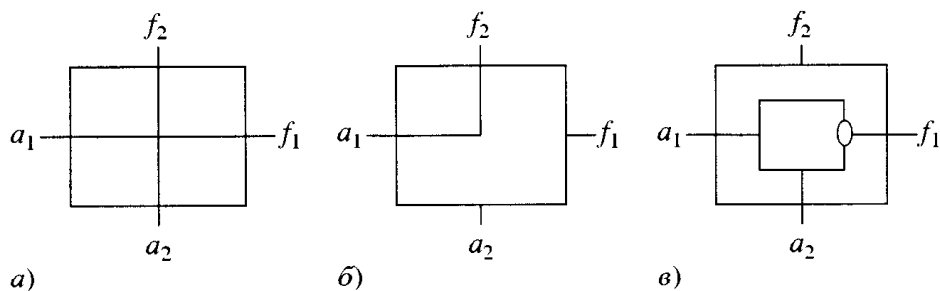


Рис. 26.

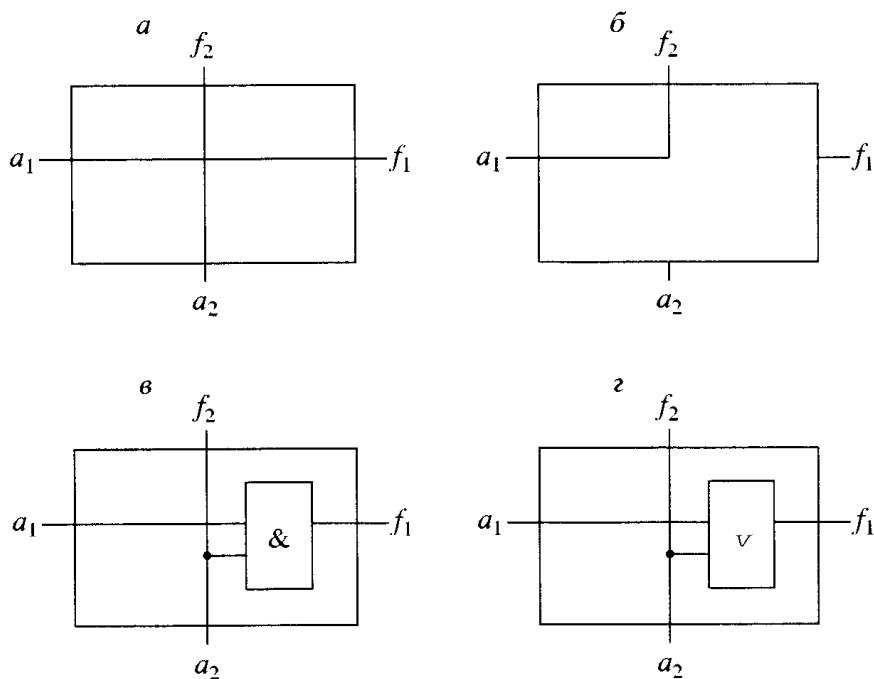


Рис. 27.

настроена на каждую из четырех конфигураций, приведенных на рис. 27.

На рис. 28 представлена однородная структура из девяти таких ячеек, реализующая систему булевых формул: $y_1 = x_1x_2 \vee x_3 \vee x_4$, $y_2 = x_1x_2 \vee x_3x_4$.

Естественно, что, как и в случае реализации одной булевой формулы, и для системы булевых формул могут быть предложены ячейки, в которых вместо двухвходовых элементов И и ИЛИ применяются двухвходовые элементы И-НЕ (ИЛИ-НЕ).

Заключение. По результатам изложенного можно сделать следующие выводы:

предложены неповторные однородные каскады Макхопадхая из $h - 1$ трехвходовых мажоритарных элементов, позволяющие реализовать путем настройки неповторные пороговые формулы из h букв;

показано, что число пороговых элементов, требующихся для реализации произвольной булевой формулы в базисе И, ИЛИ из h букв, удовлетворяет соотношению $1 \leq \Pi \leq [h/2]$;

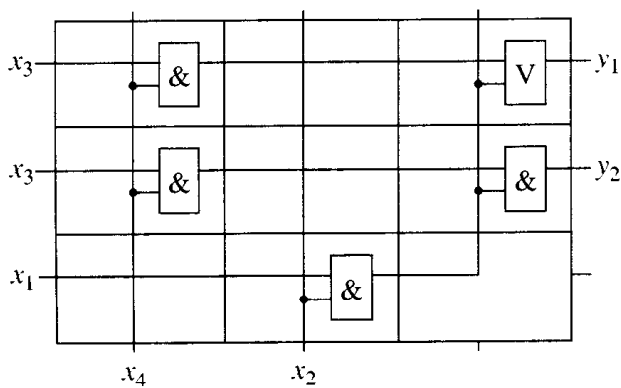


Рис. 28.

реализуется, как и в предыдущем случае, с помощью шести ячеек, в то время как булева формула $f = x_1x_2x_3x_4$ требует шести ячеек против трех ячеек в предыдущей структуре.

Рассмотренный подход за счет незначительного усложнения ячеек может быть применен и для совместной реализации систем булевых формул. В [29] предложена ячейка, которая может быть

установлено, что для того, чтобы булева функция n переменных могла быть реализована бесповторным однородным каскадом Майтра, ее столбец значений должен состоять только из двух типов фрагментов каждой из длин t , где $t = 2, 4, \dots, 2^{n-1}$;

предложены однородные каскады Майтра из мультиплексоров "2 в 1", которые являются наиболее простыми каскадами этого типа из известных;

предложен мультиплексорный метод с настраиваемым образом декомпозиции для реализации бесповторными однородными каскадами Майтра булевых функций, столбцы значений которых обладают указанным выше свойством;

предложено использовать преобразования Артюхова–Шалыто для поиска эффективных реализаций булевых функций повторными однородными каскадами Майтра;

предложены многоканальные линейные однородные структуры из $h - 1$ ячеек для реализации булевых формул в рассматриваемых базисах из h букв. Предложены плоскостные однородные структуры для реализации указанных булевых формул с квадратичной (от числа букв) верхней оценкой числа ячеек в них.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Makhpadhyay A.* Unate cellur logic // IEEE Trans. on Computers. 1969. № 2.
2. *Артюхов В.Л., Розенблюм Л.Я., Шалыто А.А.* Логические возможности некоторых типов каскадных структур // Сети связи и дискретные устройства управления. М.: Наука, 1976.
3. *Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А.* Настраиваемые модули для управляющих логических устройств. Л.: Энергоиздат, 1981.
4. *Бутаков Е.А.* Методы синтеза релейных устройств из пороговых элементов. М.: Энергия, 1970.
5. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Однородные структуры для реализации булевых формул // Логические методы построения однородных и систолических структур. Тр. I Всесоюз. семинара. М.: Ин-т проблем передачи информации, 1988.
6. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Реализация булевых формул однородными мультиплексорными и мажоритарными каскадами // Изв. РАН. ТиСУ. 1996. № 5.
7. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Однородная структура: А. с. 900279 СССР // Б. И. 1982. № 3.
8. *Maitra K.K.* Cascaded switching networks of two-input flexible cells // IRE Trans. Elect. Comp. 1964. № 2.
9. *Sklansky I., Korenjak A.I., Stone H.S.* Canonical tributary networks // IEEE Trans. on Computers. 1965. № 6.
10. *Plish D.C., Scidmore A.K.* The number of equivalence classes of functions realizable by tributary networks // IEEE Trans. on Computers. 1966. № 2.
11. *Поспелов Д.А.* Логические методы анализа и синтеза схем. М.: Энергия, 1974.
12. *Варшавский В.И., Мараховский В.Б., Розенблюм Л.Я. и др.* Однородные структуры. Анализ. Синтез. Поведение. М.: Энергия, 1973.
13. *Шалыто А.А.* Логическое управление. Методы аппаратной и программной реализации алгоритмов. С.-Петербург: Наука, 2000.
14. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Судовые управляющие логические системы. Л.: Ин-т повышения квалификации руководящих работников и специалистов судостроительной пром-сти, 1983.
15. *Шорт Р.* Каскады с матричной структурой из двухканальных элементов // Микроэлектроника и большие системы. М.: Мир, 1967.
16. *Варшавский В.И., Мараховский В.Б., Розенблюм Л.Я. и др.* Синтез схем в однородных структурах // Обзоры по корабельной автоматике. Вып. 6. Л.: Судостроение, 1973.
17. *Битюцкий В.П., Чистов В.П.* Функциональная полнота ленточных структур // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1971. № 3.
18. *Битюцкий В.П., Чистов В.П.* Простейшие ленточные структуры // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1971. № 6.
19. *Голунков Ю.В.* Несколько замечаний об однородных ленточных структурах // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1972. № 6.
20. *Голунков Ю.В.* Функциональная полнота ленточных структур из простейших однонаправленных каскадов // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1973. № 2.
21. *Битюцкий В.П., Ковалин Л.В., Чистов В.П.* О функциональной полноте полосы простейшей однородной структуры // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1974. № 5.
22. *Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А.* О реализации скобочных формул произвольной глубины в линейных однородных структурах из комбинационных элементов // Однородные вычислительные системы и среды. Ч. 1. Матер. IV Всесоюз. конф. Киев: Ин-т кибернетики, 1975.
23. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Ячейка однородной среды: А. с. 798804 СССР // Б. И. 1981. № 3.
24. *Евреинов Э.В., Косарев Ю.Г.* Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск: Наука, 1966.
25. *Прангишвили И.В., Абрамова Н.А., Бабичева Е.В. и др.* Микроэлектроника и однородные структуры для построения логических и вычислительных устройств. М.: Наука, 1967.
26. *Евреинов Э.В., Прангишвили И.В.* Цифровые автоматы с настраиваемой структурой. М.: Энергия, 1974.
27. *Каляев А.В.* Многопроцессорные системы с программируемой архитектурой. М.: Радио и связь, 1984.
28. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Ячейка однородной структуры: А. с. 1092492 СССР // Б. И. 1984. № 18.
29. *Шалыто А.А.* Ячейка однородной структуры: А. с. 1264162 СССР // Б. И. 1986. № 38.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2002, №2

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА