ИЗВЕСТИЯ РАН. ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2004, № 6, с. 100–112

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

УДК 681.3.06 : 62-507

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ

© 2004 г. А. А. Шалыто

Санкт-Петербург, Федеральный научно-производственный центр – ФГУП "НПО" Аврора, С.-Петербургский государственный ун-т информационных технологий, механики и оптики

Поступила в редакцию 15.12.03 г.

Изложены аналитические методы, позволяющие строить многофункциональные логические модули с меньшим числом внешних выводов по сравнению с модулями, которые строятся с помощью известного аналитического метода.

Введение. Известно, что мультиплексоры "2 в 1" при настройке константами 0 и 1 универсальны в классе произвольных булевых функций n переменных, а при настройке символами из множества $\{0, !x_n, x_n, 1\}$ – в классе произвольных булевых функций $n + 1$ переменных [1]. Здесь символ ! – операция "инверсия".

Для сокращения числа входов модулей, универсальных в классе произвольных булевых функций n переменных, в [2] предложен аналитический метод их построения, называемый методом Препараты – Мюллера. Эти модули настраиваются символами из множества $\{0, !x_1, x_1, \ldots, !x_n, x_n, 1\}$.

Дальнейшее сокращение числа входов модулей указанного типа достигается при объединении в модуль на основе перебора не самих функций [3, 4], а представителей их типов в той или иной классификации [5]. Другое аналитическое направление связано с разработкой модулей, универсальных в классах булевых функций [6, 7].

В работе рассматривается еще один способ построения модулей, которые позволяют путем настройки реализовать каждую из N заданных булевых функций n переменных. Такие модули называются многофункциональными логическими модулями (МЛМ).

В [8–14] исследуются различные аспекты построения многофункциональных модулей, однако методы их построения разработаны недостаточно. Так, известен только один аналитический метод построения модулей, настраиваемых константами 0 и 1, который непосредственно объединяет заданные булевы функции или представителей их классов в порождающую функцию [9]. Это приводит к большому числу переменных в порождающей функции и соответственно к большому числу входов модулей.

Далее излагается ряд аналитических методов, которые за счет расширения алфавита настройки позволяют строить модули с меньшим числом внешних выводов по сравнению с теми, которые создаются с помощью известного решения. Рассматриваются модули из элементов с односторонней проводимостью (функциональные элементы). В [5] показано, что модули из элементов с двусторонней проводимостью целесообразно строить на основе других подходов.

1. Мультиплексорный метод – метод объединения фрагментов. Пусть заданы N различных булевых функций n переменных, которые необходимо объединить в порождающую функцию модуля.

Введем в рассмотрение переменную $k = \{0, 1, \ldots, n - 1\}$ и зафиксируем ее значение. При этом число информационных входов модуля равно $n - k$, а k переменных применяются для его настройки.

Случай $k = n$ не рассматривается ввиду большой трудоемкости метода. При этом значении k метод из аналитического превращается в переборный, так как отсутствует разделение входов и они все являются информационно-настроечными.

При $k = n$ в [3, 4] были построены модули, универсальные в классе произвольных булевых функций трех и четырех переменных. При $n = 3$ применилась PN-классификация и получены модули с пятью входами и одним выходом, а при $n = 4$ использовалась NPN-классификация и сформированы модули с семью входами и двумя выходами (прямым и инверсным).

В [4] доказано, что при $n = 3$ такие модули являются минимальными по числу внешних вводов, так как ни одна функция четырех переменных не может одновременно породить следующие три булевых функции:

$$f_1 = x_1x_2x_3,$$

$$f_2 = x_1(x_2 \vee x_3) \vee x_1x_2 = x_1 \# x_2 \# x_3,$$

$$f_3 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3.$$

При этом отметим, что из соотношений для определения числа настроек модулей, приведенных в [15], также следует, что эти модули минимальны по числу внешних выводов.

Предлагаемый мультиплексорный метод также обеспечивает построение при $n = 3$ модуля с пятью входами и одним выходом [16]. Он строится для $k = 1$ с дальнейшим переходом (при определении настройки для представителя одного из PN-типов) к $k = 2$, что позволяет для 15 типов функций иметь один информационный вход, а для одного – два информационных входа.

Выберем k переменных и проведем разложение Шеннона каждой из заданных булевых функций одновременно по всем этим переменным. В результате формируется система соотношений вида

$$f_t = \mathrm{MX}(g_0^t, \ldots, g_{2^k-1}^t; x_1, \ldots, x_k),$$

где $t = 1, \ldots, N$.

Выбор указанных переменных, а если возможно, – и самих функций (в случае, когда применяется какая-либо классификация) должен производиться так, чтобы число типов фрагментов G_j (различных функций g) во всех объединяемых булевых функциях было минимальным. Обозначим число типов фрагментов переменной R. Определим величину $m = \,]\log R[$. Здесь основание логарифма – два. Выполним назначение функций Q_i, где $i = 0, \ldots, 2^m - 1$. Для этого при $R = 2^m$ сопоставим каждой из этих функций один из фрагментов G и наоборот.

При $2^{m-1} < R < 2^m$ каждая из оставшихся $2^m - R$ функций Q_i сопоставляется либо с одним из фрагментов G_j, либо с любым другим фрагментом, зависящим от $n - k$ переменных. Для построения порождающей формулы модуля с заданными свойствами при назначении функций Q_i, зависящих от $n - k$ переменных, должны выполняться отношения покрытия [5]. Покажем, как получаются эти отношения при $m = 1, 2$.

Так как каждому назначению функций Q_i соответствует определенная порождающая функция, то при $R = 2^m$ существуют $2^m!$ различных порождающих функций (здесь символ ! – операция "факториал"). Для исключения перебора при назначении функций Q_i определим отношения покрытия, выполнение которых обеспечивает построение порождающей формулы модуля без инверсий переменных, предназначенных для его настройки.

При $m = 1$ запишем две булевы формулы вида:

$$F = Q_0!z \vee Q_1 z, \quad F_1 = Q_0 \vee Q_1 z$$

и определим условие, при выполнении которого $F = F_1$.

При $z = 0$ это равенство выполняется, если $Q_0 = Q_0$, а при $z = 1$ – если $Q_1 = Q_0 \vee Q_1$. Следовательно, $Q_0 =< Q_1$.

При $m = 2$ запишем две булевы формулы вида

$$F = Q_0!z_1!z_2 \vee Q_1!z_1z_2 \vee Q_2z_1!z_2 \vee Q_3z_1z_2;$$
$$F_1 = Q_0 \vee Q_1z_2 \vee Q_2z_1 \vee Q_3z_1z_2$$

и определим условия, при выполнении которых $F = F_1$.

При $z_1 = 0$, $z_2 = 0$ это равенство выполняется, если $Q_0 = Q_0$. При $z_1 = 0$, $z_2 = 1$ – если $Q_1 = Q_0 \vee Q_1$. Таким образом, $Q_0 \le Q_1$. При $z_1 = 1$, $z_2 = 0$ – если $Q_2 = Q_0 \vee Q_2$. Следовательно, $Q_0 \le Q_2$. При $z_1 = 1$, $z_2 = 1$ – если $Q_3 = Q_0 \vee Q_1 \vee Q_2 \vee Q_3$. Таким образом, $(Q_0 \le Q_3, Q_1 \le Q_3, Q_2 \le Q_3)$ или $(Q_0 \le Q_3, Q_1 \vee Q_2 \le Q_3)$.

Из изложенного следует, что для выполнения равенства $F = F_1$ должны соблюдаться либо пять условий

$$Q_0 \le Q_1, \quad Q_0 \le Q_2, \quad Q_0 \le Q_3, \quad Q_1 \le Q_3, \quad Q_2 \le Q_3,$$

либо четыре

$$Q_0 \le Q_1, \quad Q_0 \le Q_2, \quad Q_0 \le Q_3, \quad Q_1 \vee Q_2 \le Q_3.$$

Если для функций Q_i выполняются более жесткие условия, то порождающая формула модуля может быть значительно упрощена. Например, в случае, когда кроме приведенных выше условий применяется также условие $Q_3 = Q_2$, может использоваться соотношение

$$F_2 = Q_0 \vee Q_1z_2 \vee Q_2z_1,$$

а при $Q_0 = 0$, $Q_2 = Q_1$, $Q_3 = 1$

$$F_3 = Q_1 \# z_1 \# z_2.$$

В общем случае могут быть найдены условия, при выполнении которых порождающая формула модуля представляется как

$$F_1 = Q_0 \vee Q_1z_m \vee Q_2z_{m-1} \vee Q_3z_{m-1}z_m \vee \vee \ldots \vee Q_{2^m-1}z_1\ldots z_m. \tag{1.1}$$

Если $R < 2^m$, то некоторые из функций Q_i могут быть одинаковыми или не совпадать с функциями G. Выбор функций Q_i в этом случае проводится так, чтобы получить порождающую формулу модуля, минимизированную по числу букв.

Для функции f_t построим мультиплексорную декомпозицию вида

$$f_t = \mathrm{MX}(Q_0, \ldots, Q_{2^m-1}; \Phi_1^t, \ldots, \Phi_m^t).$$

Этой декомпозиции соответствует схема, приведенная на рис. 1, которая состоит из мультиплексора (MX) и двух постоянных запоминающих устройств (ПЗУ).

Объединим функции Φ_j^t ($j = \mathrm{const}$, $t = 1, \ldots, N$), зависящие от $k < n$ переменных, в порождающую

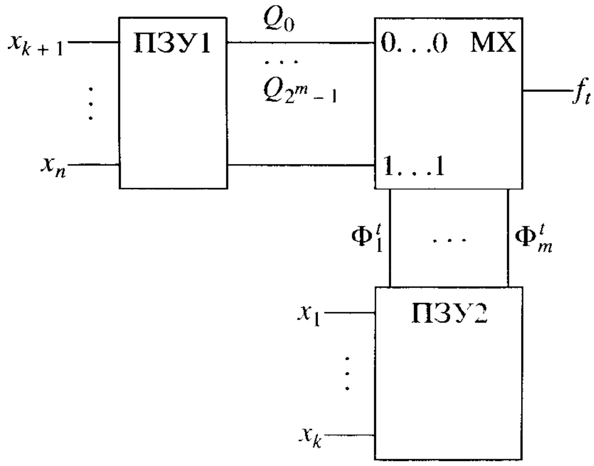

Рис. 1.

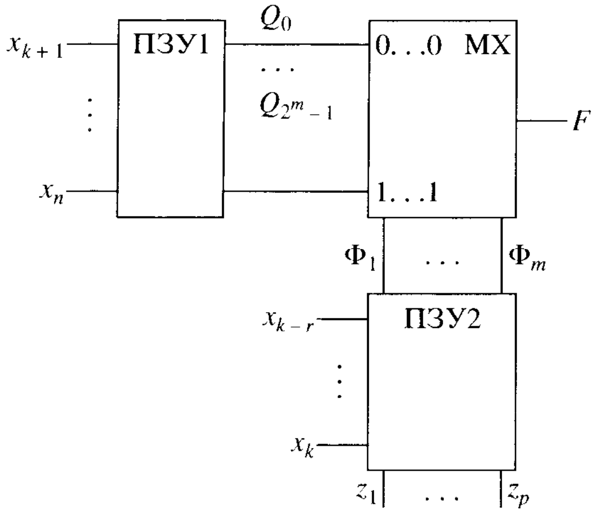

Рис. 2.

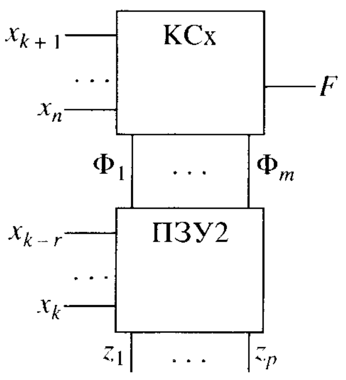

Рис. 3.

функцию, которую обозначим символом Φ_j. Эта функция в общем случае зависит от r информационных и p настроечных или информационно-настроечных входов. Значения переменных r и p зависят от свойств функций Φ_j^t и метода их объединения в порождающую функцию.

Построим булеву формулу

$$F = \mathrm{MX}(Q_0, \ldots, Q_{2^m-1}; \Phi_1, \ldots, \Phi_m), \qquad (1.2)$$

которая является искомой порождающей формулой модуля.

Такому построению модуля соответствует стандартная схема, приведенная на рис. 2.

В этой и последующих схемах элемент ПЗУ2 может быть заменен системой из m МЛМ.

Если в (1.2) подставить выражения для функций Q_i, то

$$F = F_1(\Phi_1, \ldots, \Phi_m, x_{k+1}, \ldots, x_n).$$

При этом схема на рис. 2 преобразуется к виду, представленному на рис. 3, где КСх – комбинационная схема. В некоторых случаях эта схема может быть МЛМ, который объединяет функции, зависящие от числа переменных, меньшего n (рис. 4).

Если в (1.2) ввести выражения для Φ_j, то

$$F = F_2(Q_0, \ldots, Q_{2^m-1}, x_{k-r}, \ldots, x_k, z_1, \ldots, z_p).$$

Если в (1.2) конкретизировать функции Q_i и Φ_j, то

$$F = F_3(x_{k-r}, \ldots, x_k, \ldots, x_n, z_1, \ldots, z_p).$$

Рассмотрим частные случаи.

При $k = 0$ в порождающую функцию модуля объединяются заданные булевы функции. При этом стандартная схема на рис. 2 упрощается за счет исключения элемента ПЗУ2. В результате на входы Φ_j мультиплексора подаются константы 0 и 1.

При $k = 1$ в порождающую формулу модуля объединяются различные “половинки” заданных булевых функций. При этом схема на рис. 2 также упрощается за счет исключения ПЗУ2. В полученной схеме на входы Φ_j мультиплексора подаются символы 0, $!x_1$, x_1, 1.

При $k = 2, 3, \ldots$ в порождающую функцию модуля объединяются различные “четвертинки”, “восьмушки” и другие заданных функций. В этих случаях на входы Φ_j мультиплексора в стандартной схеме (рис. 2) подаются не константы, отдельные переменные и их инверсии, а булевы функции k переменных, что позволяет упростить схему.

Таким образом, при фиксированном значении k в порождающую функцию модуля с помощью предлагаемого метода объединяют различные фрагменты, зависящие от $n - k$ переменных. Эти фрагменты формируются из порождающей функции для образования заданной булевой структуры в общем случае с помощью функций k переменных, подаваемых на входы Φ_j мультиплексора.

2. Объединение заданных булевых функций. В этом случае $k = 0$, поэтому схема на рис. 2 преобразуется в схему на рис. 5.

В этой схеме $Q_i = f_i$, $m =]\log N[$. Выполним замену переменных $\Phi_j = z_j$. При этом

$$F_1 = \text{MX}(Q_0, \ldots, Q_{2^m-1}; z_1, \ldots, z_m).$$

Подставим выражения для функций q_i в полученное соотношение:

$$F_1 = F(x_1, \ldots, x_n, z_1, \ldots, z_m).$$

Это соотношение является порождающей формулой модуля, число входов которого определяется следующим образом:

$$B_1 = n +]\log N[.$$

Алфавит настройки модуля – константы 0 и 1. При этом $z_i = \{0, 1\}$.

Рассмотренный частный случай является единственным известным аналитическим методом построения МЛМ [9], указанным во введении.

Пример 1. При $k = 0$ построить логический модуль, универсальный в классе булевых формул в базисе $\{\&, \vee, !\}$ из трех букв.

Обозначим этот модуль как УЛМ3 (универсальный логический модуль в классе формул из трех букв). При его построении будем использовать PN-классификацию и выберем в качестве представителей типов следующие бесповторные формулы:

$$f_1 = x_1x_2x_3, \quad f_2 = x_1(x_2 \vee x_3),$$
$$f_3 = x_1 \vee x_2x_3, \quad f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3.$$

В данном случае $B_1 = 5$. При $Q_i = f_{i-1}$ порождающая формула модуля имеет вид

$$F_1(3) = \text{MX}(f_1, f_2, f_3, f_4; z_1, z_2).$$

Так как $f_1 \le f_2 \le f_3 \le f_4$, то

$$F_1(3) = f_1 \vee f_2z_2 \vee f_3z_1 \vee f_4z_1z_2 =$$
$$= (x_1 \vee z_1)((x_2 \vee x_3)z_2 \vee x_2x_3) \vee x_1z_1.$$

Полученная булева формула содержит девять букв. Изменим ее базис

$$F_1(3) = (x_1 \vee z_1)(x_2 \# x_3 \# z_2) \vee x_1z_1 =$$
$$= z_1 \# x_1 \# (z_2 \# x_2 \# x_3).$$

Эта формула из пяти букв реализуется схемой, состоящей из двух трехвходовых мажоритарных элементов (МЭ) (рис. 6), являющейся однородным каскадом Макхопадхая из двух ячеек [5].

В этом модуле три входа – x_1, x_2, x_3 являются информационными, а входы z_1 и z_2 – настроечными.

3. Объединение различных "половинок" заданных функций. При $k = 1$ в порождающую функцию модуля объединяются разнотипные "половинки" заданных булевых функций – фрагменты длины 2^{n-1} столбцов их значений. Эти фрагменты – булевы функции, зависящие от $n - 1$ переменных.

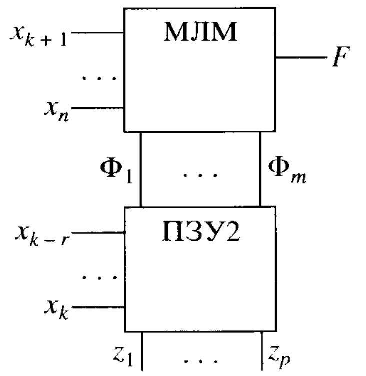

Рис. 4.

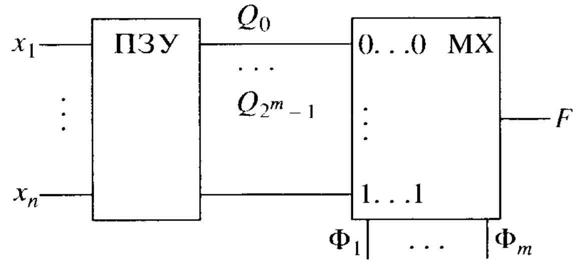

Рис. 5.

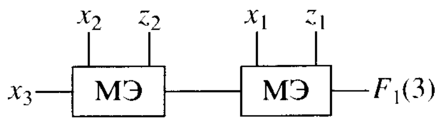

Рис. 6.

Выполним разложение Шеннона каждой из N заданных булевых функций по одной и той же входной переменной, например x_1. При этом формируются $2N$ остаточных функций (фрагментов) $g_0, \ldots, g_{2N-1}$. Предположим, что число различных фрагментов (их типов) равно R, а $m =]\log R[$. Обозначим их переменными $G_0, \ldots, G_{R-1}$. Если провести назначение $Q_i = G_1$, то и в этом случае может быть использована стандартная схема (рис. 5), в которой постоянное запоминающее устройство имеет $n - 1$ входов, помеченных символами $x_2, \ldots, x_n$.

Реализуем в этой схеме замену переменных $\Phi_j = z_j$. При этом

$$F_2 = \text{MX}(Q_0, \ldots, Q_{2^m-1}; z_1, \ldots, z_m).$$

Подставим выражения для функций Q_i в полученное соотношение, тогда

$$F_2 = F(x_2, \ldots, x_n, z_1, \ldots, z_m).$$

Это соотношение является порождающей формулой модуля, число входов которого

$$B_2 = n - 1 +]\log R[.$$

Алфавит настройки модуля – 0, $!x_1$, x_1, 1. При этом $z_i = \{0, !x_1, x_1, 1\}$. В таком случае можно выбрать из порождающей функции модуля любые два фрагмента длиной 2^{n-1} и расположить их в требуемом порядке для образования каждой из заданных булевых функций.

Сформулируем необходимое (но не достаточное) условие, при выполнении которого для $t = 1, \ldots, N$ алфавит настройки может быть сокращен за счет исключения из него символа $!x_1$. При $s < r$, если фрагмент Q_s находится в порождающей функции "левее" фрагмента Q_r, в функции f_t фрагмент Q_s должен находиться "левее" фрагмента Q_r

$$f_t = !x_1 Q_s \vee x_1 Q_r.$$

Если для функций Q_i выполняются отношения покрытия, то справедливо соотношение (1.1).

Настройка модуля на реализацию функции f_t определяется в результате решения мультиплексорным методом логического уравнения

$$f_t = F_2;$$
$$\mathrm{MX}(Q_s, Q_r; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, \ldots, Q_{R-1}; z_1, \ldots, z_m);$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(b_1, b_2; x_1);$$
$$\vdots$$
$$z_m = \mathrm{MX}(b_{2m-1}, b_{2m}; x_1);$$

где $b_1, \ldots, b_{2m-1} = \mathrm{bin}\, s$; $b_2, \ldots, b_{2m} = \mathrm{bin}\, r$.

Из этого следует, что для сокращения числа входов модуля значение R должно быть минимально. Это достигается выбором соответствующих представителей классов или выбором переменной, по которой выполняется разложение Шеннона.

Изложенный метод строит q одновыходных УЛМ, число входов которых определяется соотношением [5]

$$B_3 = q - 1 + \left]\log\left(2 + \sum_{i=]q/2[}^{q-1} T_1(i)\right)\right[,$$

где $T_1(i)$ – число PN-типов формул, бесповторных в рассматриваемом базисе из i букв. Значения B_3 для q = 2–10 приведены в таблице. Метод получения МЛМ при $k = 1$ впервые был рассмотрен в [5, 17].

П р и м е р 2. При $k = 1$ построить модуль УЛМ3.

Выберем представителей PN-типов бесповторных формул, выполним для каждого из них разложение Шеннона по переменной x_3 и представим результат в мультиплексорной форме

$$f_1 = x_1x_2x_3 = \mathrm{MX}(0, x_1x_2; x_3),$$
$$f_3 = x_1 \vee x_2x_3 = \mathrm{MX}(x_1, x_1 \vee x_2; x_3),$$
$$f_2 = x_1(x_2 \vee x_3) = \mathrm{MX}(x_1x_2, x_1; x_3),$$
$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = \mathrm{MX}(x_1 \vee x_2, 1; x_3).$$

Таким образом, $g_0 = 0$, $g_1 = x_1x_2$, $g_2 = x_1x_2$, $g_3 = x_1$, $g_4 = x_1$, $g_5 = x_1 \vee x_2$, $g_6 = x_1 \vee x_2$, $g_7 = 1$. Разнотипными фрагментами являются $G_0 = 0$, $G_1 = x_1x_2$, $G_2 = x_1$, $G_3 = x_1 \vee x_2$, $G_4 = 1$. Следовательно, в данном случае $R = 5$, $m = 3$, и поэтому (как и в случае $k = 0$) $B_3 = 5$.

С целью минимизации числа входов модуля разложим каждую из булевых формул по переменной x_1

$$f_1 = x_1x_2x_3 = \mathrm{MX}(0, x_2x_3; x_1),$$
$$f_3 = x_1 \vee x_2x_3 = \mathrm{MX}(x_2x_3, 1; x_1),$$
$$f_2 = x_1(x_2 \vee x_3) = \mathrm{MX}(0, x_2 \vee x_3; x_1),$$
$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = \mathrm{MX}(x_2 \vee x_3, 1; x_1).$$

Таким образом, $g_0 = 0$, $g_1 = x_2x_3$, $g_2 = 0$, $g_3 = x_2 \vee x_3$, $g_4 = x_2x_3$, $g_5 = 1$, $g_6 = x_2 \vee x_3$, $g_7 = 1$. Разнотипными фрагментами в данном случае являются следующие: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2x_3$, $G_2 = x_2 \vee x_3$, $G_4 = 1$. Следовательно, $R = 4$, $m = 2$, и поэтому $B_3 = 4$. В этом модуле входы x_2 и x_3 – информационные, а остальные два входа z_1 и z_2 – информационно-настроечные.

Выполним назначение функций Q_i: $Q_i = G_i$. При этом таблица истинности порождающей функции модуля имеет вид

$$F_2(z_1, z_2, x_2, x_3) = |0000\ 0001\ 0111\ 1111|^{\mathrm{T}}.$$

Представим порождающую функцию модуля в мультиплексорной форме

$$F_2(3) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2).$$

Запишем также булевы формулы в мультиплексорной форме, используя функции Q_i

$$f_1 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1; x_1), \quad f_2 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_2; x_1),$$
$$f_3 = \mathrm{MX}(Q_1, Q_3; x_1), \quad f_4 = \mathrm{MX}(Q_2, Q_3; x_1).$$

Так как во всех этих булевых функциях номер первой остаточной функции меньше номера второй, то необходимое условие для получения безынверсных настроек выполняется. Применяя мультиплексорный метод, определим в качестве примера настройку модуля на f_1

$$f_1 = F_2(3),$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_1; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2),$$

Таблица

q	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B_3	3	4	6	8	11	13	16	18	21

$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0,$$

$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1.$$

Можно показать, что в данном случае необходимое условие для получения безынверсных настроек является также и достаточным: $z_i = \{0, x_1, 1\}$.

Построенная порождающая функция позволяет дополнительно реализовать булеву функцию $f_5 = x_1 \# x_2 \# x_3 = \mathrm{MX}(Q_1, Q_2; x_1)$;

$$f_5 = F_2(3),$$

$$\mathrm{MX}(Q_1, Q_2; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2),$$

$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$

$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 0; x_1) = !x_1,$$

что делает модуль универсальным в классе пороговых функций трех переменных при $z_1 = \{0, x_1, 1\}$, $z_2 = \{0, !x_1, x_1, 1\}$. Таким образом, в данном случае указанное необходимое условие не является достаточным. Модуль УЛМЗ с другими настройками на функцию f_5 описан в [5, 18, 19].

Определим порождающую формулу модуля. Так как $Q_0 \le Q_1 \le Q_2 \le Q_3$, то

$$F_2(3) = Q_0 \vee Q_1 z_2 \vee Q_2 z_1 \vee Q_3 z_1 z_2 =$$

$$= x_2 x_3 z_2 \vee (x_2 \vee x_3) z_1 \vee z_1 z_2 =$$

$$= z_1(z_2 \vee x_2 \vee x_3) \vee z_2 x_2 x_3 =$$

$$= \mathrm{MX}(z_2 x_2 x_3, z_2 \vee x_2 \vee x_3; z_1).$$

Полученные порождающие формулы могут быть реализованы схемами из четырех и трех логических элементов (рис. 7, 8).

Так как функция $F_2(3)$ является самодвойственной [20], то

$$F_2(3) = (z_1 \oplus z_2)(z_1 \oplus x_2)(z_1 \oplus x_3) \oplus z_1.$$

Эта порождающая формула реализуется схемой из пяти логических элементов (рис. 9). Построенная порождающая функция может быть также реализована схемой из двух МЭ (рис. 10).

При представлении порождающей формулы в дизъюнктивной нормальной форме модуль может быть реализован схемой на рис. 11. В ней на пяти микросхемах малого уровня интеграции выполнены четыре модуля УЛМЗ с прямым и инверсным выходами каждый, которые образовали одну из микросборок среднего уровня с 20 внешними выводами. Это в свою очередь обеспечило возможность согласования большого числа внешних выводов пяти микросхем, помещающихся в корпус микросборки, с существенно меньшим числом ее внешних выводов, обеспечивая при этом высокую логическую эффективность микросборки [21].

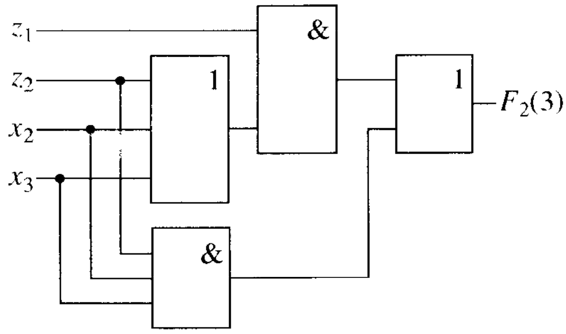

Рис. 7.

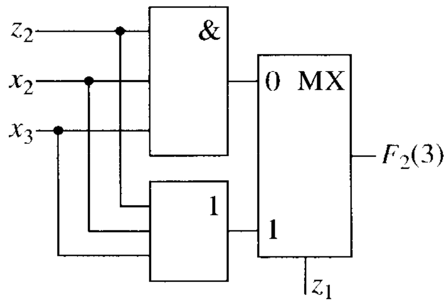

Рис. 8.

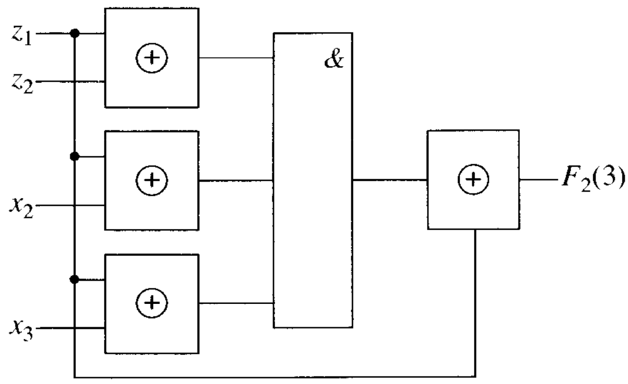

Рис. 9.

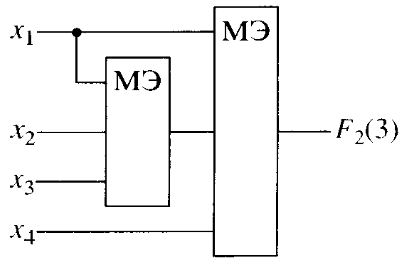

Рис. 10.

4. Объединение различных "половинок" булевых функций, *PN*-однотипных с заданными функциями. Рассмотрим этот метод применительно к формулам, бесповторным в базисе $\{\&, \vee, !\}$ из h букв.

Выполним разложение Шеннона под одной и той же переменной каждой из заданных булевых формул так, чтобы число разнотипных фрагментов длиной 2^{n-1} было минимальным.

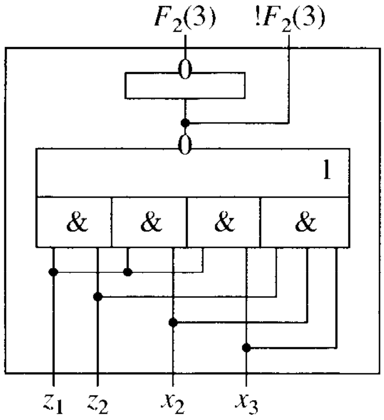

Рис. 11.

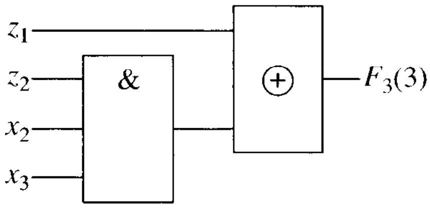

Рис. 12.

Разобьем полученные разнотипные фрагменты на основе принципа двойственности на две группы так, чтобы:

если в первой группе находится некоторый фрагмент, соответствующий бесповторной пороговой формуле, то двойственный ему фрагмент должен находиться во второй группе;

в первой группе должны оказаться все фрагменты, отличные от констант, соответствующие фрагментам представителей NPN-типов непороговых бесповторных формул;

в первой группе, по возможности, должны выполняться отношения покрытия.

Предположим, что G_l – некоторый фрагмент первой группы. Если выполнить назначение функций Q следующим образом:

$$Q_i = G_l, \text{ где } i = 0, \ldots, 2^{n-1} - 1;$$

$$Q_r = !G_l, \text{ где } 2^{n-1} \le r \le i + 2^{n-1} \le 2^n - 1,$$

и построить функцию V, которая объединяет фрагменты первой группы, то

$$F = z_1 \oplus V$$

может применяться в качестве порождающей формулы модуля. При этом, например, если $V =$ $= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_2, z_3)$, то

$$F = \mathrm{MX}(Q_0, \ldots, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$

где $Q_4 = !Q_0$, $Q_5 = !Q_1$, $Q_6 = !Q_2$, $Q_7 = !Q_3$.

Следовательно, если первая группа содержит R фрагментов, то модуль имеет число входов, определяемое соотношением

$$B_4 = h - 1 +]\log R[+ 1 = h +]\log R[.$$

Изложенный метод базируется на следующем свойстве булевых функций: в разложении Шеннона по одной переменной заданной функции замена каждой остаточной функции, не являющейся константой, на антидвойственную [20] позволяет строить новую функцию, PN-однотипную с заданной.

При этом отметим, что для бесповторных пороговых формул при разложении Шеннона по переменной с наибольшим весом одна из остаточных функций – константа. Для бесповторных непороговых формул обе остаточные функции не являются константами.

Пример 3. Построить модуль УЛМЗ, используя предлагаемый метод.

Разобьем на основе принципа двойственности разнотипные фрагменты, найденные в предыдущем примере, на две группы: $\{G_0 = 0,\ G_1 = x_2x_3\}$ и $\{G_2 = x_2 \vee x_3,\ G_3 = 1\}$. Выполним назначение функций Q_i: $Q_0 = 0$, $Q_1 = x_2x_3$, $Q_2 = !Q_0 = 1$, $Q_3 = !Q_1 =$ $= !x_2 \vee !x_3$. При этом порождающая функция модуля имеет вид

$$F_3(z_1, z_2, x_2, x_3) = |0000\ \ 0001\ \ 1111\ \ 1110|^{\mathrm{T}}.$$

Представим порождающую формулу модуля в мультиплексорной форме

$$F_3(3) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2).$$

Запишем заданные булевы формулы или однотипные с ними через функции Q_i

$$f_1 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1; x_1) = x_1x_2x_3,$$

$$f_3 = \mathrm{MX}(Q_1, Q_2; x_1) = x_1 \vee x_2x_3,$$

$$f_{21} = \mathrm{MX}(Q_0, Q_3; x_1) = x_1(!x_2 \vee !x_3),$$

$$f_{41} = \mathrm{MX}(Q_2, Q_3; x_1) = !x_1 \vee !x_2 \vee !x_3.$$

Так как во всех этих выражениях номер первой остаточной функции меньше номера второй, то необходимое условие для получения безынверсных настроек выполняется. Определим в качестве примера настройку модуля на f_3

$$f_3 = F_3(3),$$

$$\mathrm{MX}(Q_1, Q_2; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2),$$

$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$

$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 0; x_1) = !x_1.$$

Таким образом, в данном случае необходимое условие для безынверсных настроек не является достаточным и $z_i = \{0, !x_1, x_1, 1\}$.

Так как $V = z_2x_2x_3$, то

$$F_3(3) = z_1 \oplus z_2x_2x_3.$$

Эта порождающая формула модуля реализуется схемой из двух логических элементов (рис. 12). Основы изложенного метода описаны в [22].

5. Объединение различных фрагментов, меньших, чем "половинки" заданных булевых функций. Рассмотрим этот метод.

Пример 4. При $k = 2$ построить модуль УЛМ3. В данном случае в порождающую формулу модуля объединяются различные "четвертинки" столбцов значений заданных функций. Выполним для каждой булевой формулы разложение Шеннона одновременно по переменным x_1 и x_2 и представим эти формулы в мультиплексорной форме

$$f_1 = x_1x_2x_3 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3; x_1, x_2);$$

$$f_3 = x_1 \vee x_2x_3 = \mathrm{MX}(0, x_3, 1, 1; x_1, x_2);$$

$$f_2 = x_1(x_2 \vee x_3) = \mathrm{MX}(0, 0, x_3, 1; x_1, x_2);$$

$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = \mathrm{MX}(x_3, 1, 1, 1; x_1, x_2).$$

Откуда $G_0 = 0$, $G_1 = x_3$, $G_2 = 1$ и $R = 3$. Назначим функции G_i, вводя функцию Q_2, отсутствующую среди выделенных фрагментов: $Q_0 = 0$, $Q_1 = x_3$, $Q_2 = !x_3$, $Q_3 = 1$.

Для каждой из заданных булевых формул построим мультиплексорную декомпозицию

$$f_t = \mathrm{MX}(Q_0, \ldots, Q_3; \Phi_1^t, \Phi_2^t),$$

определив функции Φ_1^t и Φ_2^t. При этом

$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_0, Q_0, Q_1; x_1, x_2) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1^1, \Phi_2^1),$$

$$\Phi_1^1 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 0; x_1, x_2) = 0,$$

$$\Phi_2^1 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1; x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$f_1 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; 0, x_1x_2);$$

$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_0, Q_1, Q_3; x_1, x_2) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1^2, \Phi_2^2),$$

$$\Phi_1^2 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1; x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$\Phi_2^2 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; x_1, x_2) = x_1,$$

$$f_2 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; x_1x_2, x_1);$$

$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_3, Q_3; x_1, x_2) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1^3, \Phi_2^3),$$

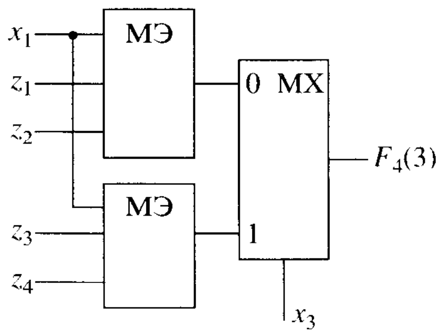

Рис. 13.

$$\Phi_1^3 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; x_1, x_2) = x_1,$$

$$\Phi_2^3 = \mathrm{MX}(0, 1, 1, 1; x_1, x_2) = x_1 \vee x_2,$$

$$f_3 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; x_1, x_1 \vee x_2);$$

$$\mathrm{MX}(Q_1, Q_3, Q_3, Q_3; x_1, x_2) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1^4, \Phi_2^4),$$

$$\Phi_1^4 = \mathrm{MX}(0, 1, 1, 1; x_1, x_2) = x_1 \vee x_2,$$

$$\Phi_2^4 = \mathrm{MX}(1, 1, 1, 1; x_1, x_2) = 1,$$

$$f_4 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; x_1 \vee x_2, 1).$$

Из сопоставления построенных декомпозиций следует, что в качестве порождающей функции в данном случае может быть выбрана булева функция

$$F_4(3) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1, \Phi_2),$$

где $\Phi_1 = x_1 \# z_1 \# z_2$, $\Phi_2 = x_1 \# z_3 \# z_4$, $z_1 = z_3 = \{0, 1, x_2\}$, $z_2 = z_4 = \{0, 1\}$. Если в эту порождающую функцию подставить выражения для функций Q_i, то

$$F_4(3) = \mathrm{MX}(\Phi_1, \Phi_2; x_3).$$

Таким образом, в данном случае может быть построена схема, представленная на рис. 13. Эта схема по всем показателям менее эффективна по сравнению со схемами, построенными с помощью предлагаемого метода при $k = 0, 1$.

Пример эффективного объединения "четвертинок" заданных функций при $n = 3$ приведен в следующем разделе (пример 7). При $n = 3$ "восьмушки" заданных функций формируются при $k = n$ и поэтому в данном случае не рассматриваются. Пример эффективного объединения "восьмушек" функций при $n = 5$ представлен в [23].

6. Модифицированный мультиплексорный метод. Опишем этот метод. При $k = \{0, \ldots, n - 1\}$ зафиксируем величину k. Выберем k переменных и проведем разложение Шеннона каждой из заданных булевых функций одновременно по всем этим переменным. В результате формируется си-

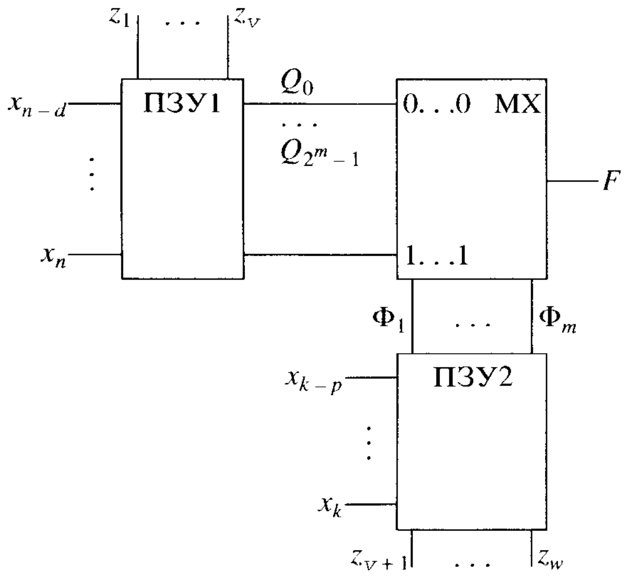

Рис. 14.

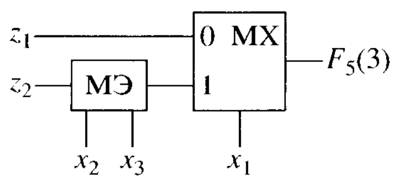

Рис. 15.

стема соотношений

$$f_t = \text{MX}(g_0^t, \ldots, g_{2^k-1}^t; x_1, \ldots, x_k),$$

где $t = 1, \ldots, N$.

В функции f_t выбираются разнотипные фрагменты G_j^t, где $j = \{0, \ldots, R_t - 1\}$, R_t – число разнотипных фрагментов в функции f_t. Определяется величина $R = \max(R_1, \ldots, R_N)$ и $m =]\log R[$. Для функции f_t выполним назначение функций Q_i^t, где $i = 0, \ldots, 2^m - 1$, и построим мультиплексорную декомпозицию

$$f_t = \text{MX}(Q_0^t, \ldots, Q_{2^m-1}^t; \Phi_1^t, \ldots, \Phi_m^t).$$

Объединим функции Q_i^t ($i = \text{const}, t = 1, \ldots, N$) в порождающую функцию Q_i, которая в общем случае зависит от d информационных и v настроечных или информационно-настроечных переменных. Значения переменных d и v зависит от свойств функций Q_i^t и метода их объединения в порождающую функцию.

Объединим функции Φ_j^t ($j = \text{const}, t = 1, \ldots, N$) в порождающую функцию Φ_j. Эта функция в общем случае зависит от p информационных и w настроечных или информационно-настроечных переменных. Значения переменных p и w зависят от свойств функций Φ_j^t и метода их объединения в порождающую функцию.

Построим булеву функцию:

$$F = \text{MX}(Q_0, \ldots, Q_{2^m-1}; \Phi_1, \ldots, \Phi_m),$$

которая является искомой порождающей формулой модуля.

Такому построению модуля соответствует стандартная схема, приведенная на рис. 14. Специфика выбранных в ходе построения модуля функций, однотипных с заданными, может резко упростить стандартную схему, например за счет исключения одного постоянного запоминающего устройства.

Пример 5. При $k = 1$ построить модуль УЛМЗ.

Предположим, что модуль должен реализовать путем настройки следующие формулы: $f_1 = x_1x_2x_3$, $f_2 = (!x_1 \vee x_2)x_3$, $f_3 = x_1x_2 \vee x_3$, $f_4 = !x_1 \vee x_2 \vee x_3$.

Выполним для каждой из этих формул разложение Шеннона по переменной x_1

$$f_1 = x_1x_2x_3 = \text{MX}(0, x_2x_3; x_1);$$
$$f_3 = x_1x_2 \vee x_3 = \text{MX}(x_3, x_2 \vee x_3; x_1);$$
$$f_2 = (!x_1 \vee x_2)x_3 = \text{MX}(x_3, x_2x_3; x_1);$$
$$f_4 = !x_1 \vee x_2 \vee x_3 = \text{MX}(1, x_2 \vee x_3; x_1).$$

На основе построенных декомпозиций следует, что $Q_0 = z_1$, $Q_1 = z_2 \# x_2 \# x_3$, $\Phi = x_1$, где $z_1 = \{0, x_3, 1\}$, $z_2 = \{0, 1\}$. При этом порождающая формула модуля имеет вид

$$F_5(3) = \text{MX}(Q_0, Q_1; \Phi).$$

Подставляя в это соотношение выражения для Q_i и Φ, получим

$$F_5(3) = \text{MX}(z_1, z_2 \# x_2 \# x_3; x_1).$$

Этой формуле соответствует схема с пятью входами, состоящая из двух трехвходовых элементов (рис. 15).

Пример 6. При $k = 2$ построить модуль УЛМЗ.

Предположим первоначально, что модуль должен реализовать путем настройки следующие формулы: $f_1 = x_1x_2x_3$, $f_2 = x_1(x_2 \vee x_3)$, $f_3 = x_1 \vee x_2x_3$, $f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$.

Выполним для каждой из этих формул разложение Шеннона одновременно по переменным x_1 и x_2 и представим их в мультиплексорной форме

$$f_1 = x_1x_2x_3 = \text{MX}(0, 0, 0, x_3; x_1, x_2);$$
$$f_3 = x_1 \vee x_2x_3 = \text{MX}(0, x_3, 1, 1; x_1, x_2);$$

$$f_2 = x_1(x_2 \vee x_3) = \mathrm{MX}(0, 0, x_3, 1;\, x_1, x_2);$$

$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = \mathrm{MX}(x_3, 1, 1, 1;\, x_1, x_2).$$

Перечислим разнотипные фрагменты в каждой из формул: $\{0, x_3\}$, $\{0, x_3, 1\}$, $\{0, x_3, 1\}$, $\{x_3, 1\}$. В данном случае $R_1 = R_4 = 2$, $R_2 = R_3 = 3$ и поэтому $R = 3$.

Заменим f_2 и f_3 на PN-однотипные формулы f_{21} и f_{31}, такие, что $R_{21} = R_{31} = 2$. Это позволяет получить $R = 2$. Такими формулами являются $f_{21} = (x_1 \vee x_2)x_3$, $f_{31} = x_1x_2 \vee x_3$. При этом набор формул, реализуемых модулем путем настройки, приобретает вид

$$f_1 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3;\, x_1, x_2);$$

$$f_{31} = \mathrm{MX}(x_3, x_3, x_3, 1;\, x_1, x_2);$$

$$f_{21} = \mathrm{MX}(0, x_3, x_3, x_3;\, x_1, x_2);$$

$$f_4 = \mathrm{MX}(x_3, 1, 1, 1;\, x_1, x_2).$$

Для каждой из них построим декомпозицию

$$f_1 = \mathrm{MX}(0, x_3;\, \Phi^1),$$

$$f_{21} = \mathrm{MX}(0, x_3;\, \Phi^2),$$

$$\mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(0, x_3;\, \Phi^1),$$

$$\mathrm{MX}(0, x_3, x_3, x_3;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(0, x_3;\, \Phi^2),$$

$$\Phi^1 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1;\, x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$\Phi^2 = \mathrm{MX}(0, 1, 1, 1;\, x_1, x_2) = x_1 \vee x_2,$$

$$f_1 = \mathrm{MX}(0, x_3;\, x_1x_2); \quad f_{21} = \mathrm{MX}(0, x_3;\, x_1 \vee x_2);$$

$$f_{31} = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, \Phi^3), \quad f_4 = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, \Phi^4),$$

$$\mathrm{MX}(x_3, x_3, x_3, 1;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, \Phi^3),$$

$$\mathrm{MX}(x_3, 1, 1, 1;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, \Phi^4),$$

$$\Phi^3 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1;\, x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$\Phi^4 = \mathrm{MX}(0, 1, 1, 1;\, x_1, x_2) = x_1 \vee x_2,$$

$$f_{31} = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, x_1x_2), \quad f_4 = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, x_1 \vee x_2).$$

На основе построенных декомпозиций следует, что $Q_0 = z_1$, $Q_1 = z_2$, $\Phi = z_3 \,\#\, x_1 \,\#\, x_2$, где $z_1 = \{0, x_3\}$, $z_2 = \{x_3, 1\}$, $z_3 = \{0, 1\}$. При этом порождающая формула модуля имеет вид

$$F_6(3) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1;\, \Phi).$$

Подставляя в это соотношение выражения для Q_i и Φ, получим

$$F_6(3) = \mathrm{MX}(z_1, z_2;\, z_3 \,\#\, x_1 \,\#\, x_2).$$

Этой формуле соответствует схема с пятью входами, состоящая из двух трехвходовых элементов (рис. 16). Таким образом, переход от объ-

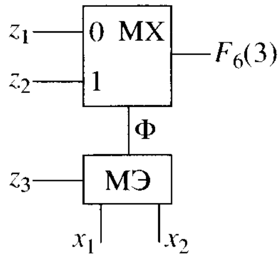

Рис. 16.

единения “половинок” функций к объединению их “четвертинок” не упростил модуль.

П р и м е р 7. При $k = 2$ построить модуль УЛМЗ. С целью упрощения модуля вновь изменим набор объединяемых формул. При этом заменим формулы f_{21} и f_4 на PN-однотипные. Такими формулами, не изменяющими значения $R = 2$, являются $f_{22} = (!x_1 \vee !x_2)x_3$ и $f_{41} = !x_1 \vee !x_2 \vee x_3$.

Выполним для каждой булевой формулы из нового множества разложение Шеннона одновременно по переменным x_1 и x_2

$$f_1 = x_1x_2x_3 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3;\, x_1, x_2);$$

$$f_{22} = (!x_1 \vee !x_2)x_3 = \mathrm{MX}(x_3, x_3, x_3, 0;\, x_1, x_2);$$

$$f_{31} = x_1x_2 \vee x_3 = \mathrm{MX}(x_3, x_3, x_3, 1;\, x_1, x_2);$$

$$f_{41} = !x_1 \vee !x_2 \vee x_3 = \mathrm{MX}(1, 1, 1, x_3;\, x_1, x_2).$$

Построим мультиплексорную декомпозицию:

$$f_1 = \mathrm{MX}(0, x_3;\, \Phi^1),$$

$$f_{31} = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, \Phi^3),$$

$$\mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(0, x_3;\, \Phi^1),$$

$$\mathrm{MX}(x_3, x_3, x_3, 1;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, \Phi^3),$$

$$\Phi^1 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1;\, x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$\Phi^3 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1;\, x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$f_1 = \mathrm{MX}(0, x_3;\, x_1x_2); \quad f_{31} = \mathrm{MX}(x_3, 1;\, x_1x_2);$$

$$f_{22} = \mathrm{MX}(x_3, 0;\, \Phi^2), \quad f_{41} = \mathrm{MX}(1, x_3;\, \Phi^4),$$

$$\mathrm{MX}(x_3, x_3, x_3, 0;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(x_3, 0;\, \Phi^2),$$

$$\mathrm{MX}(1, 1, 1, x_3;\, x_1, x_2) = \mathrm{MX}(1, x_3;\, \Phi^4),$$

$$\Phi^2 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1;\, x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$\Phi^4 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 1;\, x_1, x_2) = x_1x_2,$$

$$f_{22} = \mathrm{MX}(x_3, 0;\, x_1x_2); \quad f_{41} = \mathrm{MX}(1, x_3;\, x_1x_2).$$

Откуда следует, что $Q_0 = z_1$, $Q_1 = z_2$, $\Phi = x_1x_2$, где $z_i = \{0, x_3, 1\}$. При этом порождающая формула

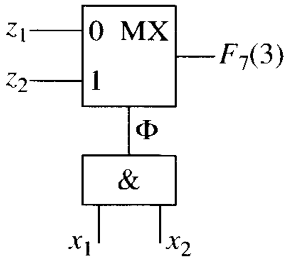

Рис. 17.

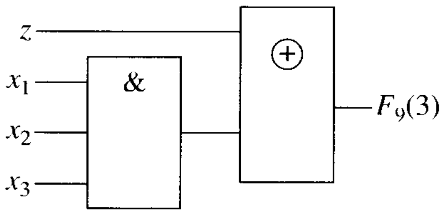

Рис. 18.

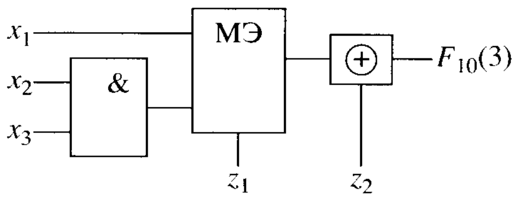

Рис. 19.

имеет вид

$$F_7(3) = \text{MX}(Q_0, Q_1; \Phi).$$

Подставляя в это соотношение выражения для функций Q_i и Ф, получим

$$F_7(3) = \text{MX}(z_1, z_2; x_1x_2).$$

Этой формуле соответствует схема, наиболее простая из известных схем модуля УЛМЗ с четырьмя входами (рис. 17). В ней входы x_1 и x_2 являются информационными, а z_1 и z_2 – информационно-настроечными. Таким образом, модификация мультиплексорного метода позволила эффективно объединить "четвертинки" заданных булевых функций, что не удавалось выполнить при его непосредственном применении.

Подобная схема была впервые использована при построении УЛМЗ [24], порождающая формула которого имеет вид

$$F_8(3) = \text{MX}(z_1, z_2; !x_1x_2).$$

Это выражение совпадает с порождающей формулой трехмембранного пневматического реле Р-3Ф, которое входит в состав универсальной системы элементов промышленной пневмоавтоматики (УСЭППА) [25, 26]. Основы изложенного в настоящем разделе метода описаны в [23].

7. Использование преобразоваиий булевых функций. В [22] были предложены преобразования булевых функций вида

$$f = (!f(x_i = 0)!x_i \vee f(x_i = 1)x_i) \oplus !x_i = f_1 \oplus !x_i;$$

$$f = (f(x_i = 0)!x_i \vee !f(x_i = 1)x_i) \oplus x_i = f_2 \oplus !x_i.$$

Из этих соотношений следует, что $f_1 = f \oplus !x_i$, $f_2 = f \oplus x_i$. Известно также, что $f_3 = f = f \oplus 0$; $f_4 = !f = f \oplus 1$. Таким образом, модуль с порождающей формулой

$$F = f \oplus z$$

при $z = \{0, 1\}$ может реализовать две функции, при $z = \{0, !x_i$ или $x_i, 1\}$ – три, при $z = \{0, !x_i, x_i, 1\}$ – четыре, а при $z = \{0, !x_1, x_1, \ldots, !x_n, x_n, 1\}$ – 2^{n+1} функций.

Если не все заданные булевы функции можно объединить в порождающую формулу с помощью предложенного соотношения, то они могут быть разбиты на группы, для каждой из которых его можно использовать. После этого полученные формулы могут быть объединены в порождающую формулу модуля одним из изложенных методов.

Пример 8. Построить модуль УЛМЗ, применяя рассмотренный метод.

Выберем формулу $f = x_1x_2x_3$. Построим порождающую формулу

$$F_9(3) = z \oplus f = z \oplus x_1x_2x_3.$$

При $z = 0$ $F_9(3) = x_1x_2x_3$; если $z = !x_1$, $F_9(3) = !x_1 \vee x_2x_3$; при $z = x_1$ $F_9(3) = x_1(!x_2 \vee !x_3)$; при $z = 1$ $F_9(3) = !x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$.

Таким образом, схема (рис. 18) с четырьмя входами, состоящая из двух логических элементов, является искомым модулем. При этом построенный модуль [27] имеет три информационных и один настроечный вход, в то время как аналогичный модуль (рис. 12) – два информационных и два информационно-настроечных входа при одинаковых алфавитах настройки: 0, $!x_1$, x_1, 1.

3. Использование *NPN*-классификации. Этот метод известен [3, 4] и приводится для общности. Разобьем, исходя из принципа двойственности, заданное множество булевых функций на два подмножества (группы). Построим одним из известных методов порождающую функцию для функций первой группы. Тогда инверсия порождающей функции позволяет получить булевы функции, однотипные с функциями второй группы. При этом соответствующий модуль может иметь либо два выхода (прямой и инверсный), либо один выход, соединенный с двухвходовым элементом "НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ", один из входов которого подключен к схеме, реализующей порождающую функцию, а на второй его вход могут подаваться константы 0 и 1.

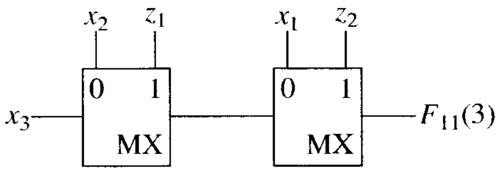

Рис. 20.

П р и м е р 9. Построить модуль УЛМЗ, применяя предлагаемый подход.

Сформируем на основе принципа двойственности две группы формул:

$$\{f_1 = x_1x_2x_3, f_3 = x_1 \vee x_2x_3\} \text{ и}$$
$$\{f_2 = x_1(x_2 \vee x_3), f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3\}.$$

Построим методом "покрывающих деревьев" [5] порождающую формулу для первой группы: $F = x_1 \# x_2x_3 \# z_1$, где $z_1 = \{0, 1\}$. Тогда искомая может быть записана следующим образом:

$$F_{10}(3) = F \oplus z_2 = (x_1 \# x_2x_3 \# z_1) \oplus z_2.$$

Эта порождающая формула реализуется схемой (рис. 19) с пятью входами, состоящей из трех логических элементов. При этом $z_i = \{0, 1\}$. Из приведенного примера следует, что использование этого метода в данном случае неэффективно.

В заключение отметим, что, применяя в методе "покрывающих деревьев" вместо трехвходовых МЭ мультиплексоры "2 в 1", может быть построен однородный настраиваемый каскад Майтра [28] из двух ячеек (рис. 20), который является модулем УЛМЗ как в рассмотренном базисе, так и в базисе $\{\&, \vee, \oplus, !\}$. В первом случае $z_i = \{0, 1\}$, а во втором – $z_1 = \{0, !x_2, 1\}$, $z_2 = \{0, !x_1, 1\}$.

С помощью мультиплексорного метода построены порождающие функции большого числа модулей (в том числе и весьма сложных [5, 14, 23]), которые защищены 26 авторскими свидетельствами СССР. Общее число авторских свидетельств на модули, построенные с помощью методов, изложенных в настоящей работе, равно 31.

Заключение. Предложен мультиплексорный метод построения порождающих функций многофункциональных логических модулей из элементов с односторонней проводимостью (функциональных элементов) по заданному списку булевых функций n переменных. Этот метод является аналитическим и в отличие от известного (также аналитического метода) позволяет объединять в порождающую функцию не только сами булевы функции, но и различные фрагменты их столбцов значений (например, "половинки"), что сокращает число переменных в порождающей функции и соответственно число входов модуля. Предложенный метод базируется на работах [29, 30].

При фиксированном значении k предлагаемый метод позволяет объединять в порождающую функцию модуля различные фрагменты, являющиеся функциями $n - k$ переменных. Эти фрагменты выбираются из порождающей функции для образования заданной булевой функции в общем случае с помощью функций k переменных, подаваемых на "нижние" входы мультиплексора, входящего в стандартные схемы модулей. При $k = 0$ на эти входы подаются константы 0 и 1, а при $k = 1$ кроме констант подается крайняя левая переменная таблицы истинности заданных булевых функций, а возможно, – и ее инверсия.

Предложено определять каждую настройку модуля на реализацию заданной булевой функции с помощью решения логического уравнения в мультиплексорной форме. Если в мультиплексорном методе при фиксированном k в порождающей функции объединяются различные фрагменты, входящие во все заданные булевы функции, то в его модификации для каждой функции определяются фрагменты и функции настройки на ее реализацию, а в порождающей функции модуля мультиплексорно объединяются порождающие функции, построенные для фрагментов, расположенных на определенных позициях, и функций настройки всех заданных функций.

Кроме универсального мультиплексорного метода и его модификации рассмотрены также дополнительные методы построения порождающих функций модулей. Специализированные методы построения модулей, универсальных в классе самодвойственных функций и в "близких" к ним классах, описаны в [31].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yau S.S., Tang C.K.* Universal logic modules and their applications // IEEE trans. on Computers. 1970. № 2.
2. *Preparata F.P., Muller D.E.* Generation of near-optimal universal Boolean functions // J. Comp. and System Sciences. 1970. № 2.
3. *Варшавский В.И., Песчанский В.А., Мараховский В.Б.* Многофункциональные логические модули, реализующие все функции трех и четырех переменных // Тез. докл. II Всесоюз. совещ. по теории релейных устройств и конечных автоматов. Рига: Зинатне, 1971.
4. *Stone H.E.* Universal logic modules // Recent developments in switching theory / Ed. A. Makhopadhyay. N.Y.: Acad. Press, 1971.
5. *Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А.* Настраиваемые модули для управляющих логических устройств. Л.: Энергоиздат, 1981.
6. *Дулепов Е.Г.* Многофункциональные симметрические схемы // А и Т. 1970. № 5.
7. *Cohen S., Winder R.O.* Threshold gate building blocks// IEEE Trans. on Computers. 1969. № 9.

8. *Попов Ю.А., Воронин А.Т., Сладков А.Б.* Вопросы проектирования схем с высоким уровнем интеграции на основе КНС-технологии // Дискретные системы. Т. 1. Симпозиум IFAC. Рига: Зинатне, 1974.
9. *Якубайтис Э.А.* Логические автоматы и микромодули. Рига: Зинатне, 1975.
10. *Якубайтис Э.А.* Теория автоматов. Многофункциональные логические модули // Итоги науки и техники: Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. № 13. М.: ВИНИТИ, 1987.
11. *Малев В.А.* Структурная избыточность в логических устройствах. М.: Связь, 1978.
12. *Мищенко В.А., Козюминский В.Д., Семашко А.Н.* Многофункциональные автоматы и элементная база цифровых ЭВМ. М.: Радио и связь, 1981.
13. *Пупырев Е.И.* Перестраиваемые автоматы и микропроцессорные системы. М.: Наука, 1984.
14. *Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А.* Судовые управляющие логические системы. Унифицированные логические схемы. Л.: Ин-т повышения квалификации руководящих работников и специалистов судостроительной пром-сти (ИПК СП), 1981.
15. *Стародубцев Н.А.* Соотношения для числа настроек многофункциональных логических модулей // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1972. № 4.
16. *Артюхов В.Л., Фишман Л.М., Шалыто А.А.* Многофункциональный логический модуль. А.с. 760451 СССР // Б.И. 1980. № 32.
17. *Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А.* Вопросы выбора и применения многофункциональных логических модулей // Дискретные системы. Т. 1. Симпозиум IFAC. Рига: Зинатне, 1974.
18. *Артюхов В.Л., Копейкин Г.А., Шалыто А.А. и др.* Многофункциональный логический модуль. А.с. 813787 СССР // Б.И. 1981. № 10.
19. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Многофункциональный логический модуль. А.с. 1070693 СССР // Б.И. 1984. № 4.
20. *Шалыто А.А.* Многофункциональный логический модуль. А.с. 1283744 СССР // Б.И. 1987. № 2.
21. Микросхемы гибридные сложные – микросборки “Пакет”. Руководство по применению. Отраслевой стандарт. ОСТ5.8354-74.
22. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Судовые управляющие логические системы. Л.: Ин-т повышения квалификации руководящих работников и специалистов судостроительной пром-сти, 1983.
23. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Судовые управляющие логические системы. Л.: Институт повышения квалификации руководящих работников и специалистов судостроительной пром-сти, 1984.
24. *Артюхов В.Л., Вольский В.Е., Шалыто А.А.* Логический модуль. А.с. (798806 СССР // Б.И. 1981. № 3.
25. *Юдицкий С.А., Тагаевская А.А., Ефремова Т.К. и др.* Агрегатное построение пневматических систем управления. М.: Энергия, 1973.
26. *Вольский В.Е., Пушин Ю.Н., Юнг В.Н.* Проектирование пневматических систем управления судовыми энергетическими установками. Л.: Судостроение, 1975.
27. *Артюхов В.Л., Фишман Л.М., Шалыто А.А.* Многофункциональный логический модуль. А.с. 1096636 СССР // Б.И. 1984. № 21.
28. *Артюхов В.Л., Шалыто А.А.* Реализация булевых формул однородными мультиплексорными и мажоритарными каскадами // Изв. РАН. ТиСУ. 1996. № 5.
29. *Шалыто А.А.* Мультиплексорный метод реализации булевых функций схемами из произвольных логических элементов // Изв. РАН. ТиСУ. 2003. № 1.
30. *Шалыто А.А.* Разложения булевых функций по крайним правым входным переменным таблиц истинности // Изв. РАН. ТиСУ. 2003. № 4.
31. *Шалыто А.А.* Модули, универсальные в классе самодвойственных функций и в “близких” к ним классах // Изв. РАН. ТиСУ. 2001. № 5.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2004, №6

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА