Заключение

Итак, эта книга закончена. В ней удалось изложить практически все результаты, которые были получены автором самостоятельно и в соавторстве за почти тридцать лет работы в области логического управления.

Эти исследования начинались в начале 70-х годов в период расцвета научных работ в этой области, когда только в СССР этими вопросами занимались сотни ученых, а заканчиваются в России, когда «одних уж нет, а те далече».

За эти годы, на первый взгляд, многое изменилось: элементная база, критерии, ограничения... Действительно, если раньше основные усилия ученых были направлены на минимизацию аппаратуры и повышение ее быстродействия, то теперь во многих случаях эти вопросы часто уходят на второй план и имеет место «дрейф» в область вычислительной техники, характеристики которой улучшаются с каждым «днем». Это приводит к общему снижению интереса к научным результатам в области логического управления и все более широкому практическому применению систем и устройств этого класса.

Однако, по мнению автора, снижение интереса к научным исследованиям и публикациям в этой области связано с недостаточным пониманием изменившейся ситуации с использованием систем логического управления и роли и красоты математического аппарата, применяемого для описания этого класса систем.

Выскажу несколько соображений по этому поводу.

1. Понятие «современная элементная база» является относительным, так как в каждой достаточно крупной организации, давно работающей в области автоматизации, параллельно ведутся работы по проектированию систем на различных типах элементной базы (от реле до микропроцессоров). При этом применение «старой» элементной базы объясняется тем, что объекты автоматизации имеют срок службы в несколько десятилетий, а системы управления имеют меньший срок службы, и поэтому совершенно естественно при замене системы повторить ее, используя «старую» элементную базу. Такая же ситуация имеет место и при модернизации старых систем или разработке их модификаций. Более того, если на одном объекте, сданном в эксплуатацию много лет назад, установлена некоторая система управления, то при строительстве нового аналогичного объекта с целью сокращения эксплуатационных затрат (включая обучение обслуживающего персонала) Заказчику выгодно иметь и систему управления, максимально похожую на «старую».

2. Из изложенного в предыдущем пункте следует, что в каждый момент времени в организациях указанного типа должны быть Специалисты, обладающие знаниями в области построения систем управления на элементной базе разного типа, в то время как высшие учебные заведения в основном дают знания по направлениям, «модным» в настоящее время. При этом «связь времен» могут обеспечить лишь книги, старые и выпускаемые в настоящее время, которые не подвержены «увольнению, уходу на пенсию или смерти».

3. Естественно, что для систем на «старой» элементной базе «старые» критерии и ограничения сохраняются, а для систем на «новой» элементной базе, позволяющей снять многие из предыдущих ограничений, появляются новые критерии и ограничения.

Эти критерии в основном связаны с большой ответственностью объектов, в которых используются системы логического управления, так как аварии на таких объектах могут приводить к катастрофам различных типов.

Если до последнего времени в основном требовалось обеспечить работоспособность таких систем, что могло быть достигнуто на основе инженерного опыта, то в последнее время при проектировании систем этого класса на первый план выходит вопрос о доказательстве правильности (верификации) построенных алгоритмов, схем и программ, что не может быть обеспечено без применения математических методов анализа и синтеза, некоторые из которых изложены в настоящей работе.

4. На решение практических вопросов, возникающих при алгоритмизации и программировании систем логического управления и «реактивных» систем, направлена разработка SWITCH-технологии, описанной в гл. 21. При этом введены такие понятия, как «автоматное программирование», «автоматное проектирование программ» и «наблюдаемость программ».

Если эта глава имеет в основном методическую и практическую направленность, то большинство из остальных глав книги связаны с описанием полученных научных результатов, которые представляют не только теоретический интерес, но и применялись и могут применяться в дальнейшем при проектировании элементов, устройств и систем логического управления.

5. Многолетний теоретический интерес автора к рассматриваемой области связан с тем, что, по его мнению, булева алгебра является фундаментом всех наук, входящих в информационные технологии. Более того, она, видимо, является наиболее «красивой» из наук вообще, ведь недаром физик-теоретик академик А. Б. Мигдал, которому было с чем сравнивать, в книге, посвященной красоте в науке, выделяет именно булеву алгебру, которая всего лишь при двух значениях переменных и нескольких простейших операциях стала основой всех информационных технологий.

«По свидетельству П. Лапласа, Г. Лейбниц (один из создателей дифференциального исчисления) был буквально одержим страстью выражать все числа посредством двух символов — единицы и нуля. В его представлении только такая система и имела право на существование, поскольку в ее основе лежала духовная концепция мироздания. Единица, по Лейбницу, соответствовала образу божественного начала, а нуль отображал собой небытие, пустоту. По его мнению, как Всевышний создал все из небытия и своего всемогущества, так из единицы и нуля возникли все остальные числа. Таким образом, Лейбниц пришел к компромиссу, который состоял в том, чтобы сочленить разум с верой. Результатом этого компромисса и стала двоичная система, способная „поверить гармонию алгеброй"» (*Бернатосян С. Г.* Воровство и обман в науке. СПб.: Эрудит, 1998).

6. Особую важность булевой алгебры подтверждают и результаты, полученные в настоящей работе. Действительно, рассматривая простейший «объект» булевой алгебры, каким являются бесповторные формулы в базисе И, ИЛИ, НЕ, удалось установить их связь с такими фундаментальными понятиями математики (в основном дискретной), как контактные схемы (разд. 1.1), деревья (разд. 1.1), эйлеровы графы (разд. 13.2), клики в графах (разд. 12.2), линейные бинарные графы — схемы алгоритмов и программ (гл. 15), разбиения (разд. 1.1), числа Фибоначчи (разд. 1.4.3 и 15.7) и число «е» (разд. 12.2 и 15.9).

При этом отметим, что исследованием числа бесповторных параллельно-последовательных контактных схем занимался и «отец» теории информации К. Э. Шеннон. Да и с другими отцами в этой области был полный порядок: Дж. Буль был отцом Этель Лилиан Войнич, а лорд Дж. Байрон — отцом графини Ады Лавлейс, заложившей основы современного программирования и имя которой увековечено в названии одного из известнейших языков программирования (АДА).

На базе исследования бесповторных формул автору удалось разработать метод, названный формульным, для реализации булевых формул схемами из модулей, при построении которых также использовались бесповторные формулы. Этот метод обеспечивает получение линейных (от числа букв) оценок сложности схем (гл. 2).

Другой формульный метод, также основанный на свойствах бесповторных формул, позволяет реализовать произвольные нормальные булевы формулы в указанном базисе из h букв линейными и планарными бинарными графами, состоящими из $h+2$ вершин (разд. 15.1).

Таким образом, бесповторные формулы в информатике можно сопоставить с «мухой дрозофилой», сыгравшей важную роль в генетике. Кстати, ее геном полностью расшифровали только в 2000 г., а в 1996 г. результаты исследований свойств другой мухи (майской) были отмечены Нобелевской премией в области биологии, что в очередной раз свидетельствует о том, что в «жизни всегда есть место подвигам».

7. Особый интерес представляет указанная связь бесповторных формул с числами Фибоначчи, которые, в свою очередь, связаны с «золотым сечением», так как современная наука считает, что если в каком-либо объекте исследований «появляются» эти числа, то это является несомненным признаком его красоты. Указанный факт, видимо, связан со спецификой представления о красоте Человеком, так как физиологами установлено, что нормальные параметры ритмов его мозга также связаны с этими числами.

8. Свойство красоты, которое, естественно, не всегда связано с числами Фибоначчи, присуще и более сложным классам булевых функций, например пороговым, которые могут задаваться весами переменных и порогом и являются основой такого важного направления искусственного интеллекта, как нейронные сети.

При этом именно бесповторные пороговые формулы, в которых операции И и ИЛИ чередуются, имеют веса и пороги, соответствующие числам Фибоначчи. Эти числа определяют также количество путей в линейных бинарных графах, вычисляющих такие формулы при одном порядке переменных, изменив который на противоположный, указанное количество путей резко сокращается, так как верхняя экспоненциальная оценка количества путей заменяется на нижнюю линейную оценку.

К классу пороговых функций относятся и мажоритарные функции, описывающие работу мажоритарных элементов, синтез схем из которых рассмотрен в гл. 4. Значение этих элементов для построения отказоустойчивых систем было установлено одним из гениев XX века Дж. фон Нейманом, сфера научных интересов которого пролегала от химии и теории игр до основ вычислительной техники и самоорганизующихся систем.

9. Замечательными свойствами обладают линейные функции (разд. 1.7), роль которых в теории кодирования нельзя переоценить. Один код Хэмминга чего стоит!

При этом нельзя не отметить, что мажоритарная и линейная функции трех переменных описывают одноразрядный двоичный сумматор, являющийся основой всей вычислительной техники.

10. Красота симметрических функций, которые могут задаваться рабочими числами, и самодвойственных функций, которые двойственны сами себе, видна даже при беглом просмотре гл. 9 и 10.

11. Связь булевых функций с функциями Радемахера, матрицами Уолша и Адамара (разд. 19.4), лежащими в основе дискретного преобразования Фурье, вводит булевы функции в общее русло математики и цифровой обработки данных.

12. Разновидности дискретного преобразования Фурье (в том числе быстрого) связывают полиномы Жегалкина и совершенные нормальные формы, но что более удивительно, они связывают также (через кронекеровские степени двоичной матрицы стандартного вида) с и с т е м ы булевых функций с о д н и м арифметическим полиномом, в общем случае нелинейным. Определены условия реализации одной булевой функции и систем булевых функций с помощью одного л и н е й н о г о арифметического полинома. Предложены алгоритмические структуры, использующие линейные полиномы (гл. 20).

13. Уникальность свойств такого элемента, как мультиплексор, который может использоваться в качестве коммутатора каналов и логического модуля, универсального в классе произвольных функций, позволило автору почти через 30 лет, прошедших с момента постановки задачи, во время написания этой книги неожиданно просто решить задачу о реализации произвольной булевой функции схемой из произвольных (априори известных) логических элементов (гл. 3—6) с помощью метода, названного мультиплексорным, связав решение этой задачи с разработкой метода построения многофункциональных логических модулей (гл. 7).

14. Свойства мультиплексоров позволили также: предложить распределительный метод реализации произвольных булевых функций схемами (разд. 5.1.2) и бинарными графами (разд. 16.4.1), дополняющий канонический метод Блоха; установить, что в линейных бинарных графах формулы вычисляются не по подформулам, а по фрагментам (разд. 15.2); предложить устройство последовательностного действия, обеспечивающее по-буквенное вычисление формул (разд. 18.1.11); изоморфно реализовать программами графы переходов с многозначным кодированием вершин (разд. 17.6).

15. Простой аналитический метод построения структурированных бинарных графов для систем булевых формул изложен в разд. 16.3. Этот метод напоминает метод построения параллельно-последовательной контактной схемы по формуле.

16. Установлены свойства булевых функций, позволяющие реализовать их бесповторными однородными каскадами Майтра, и предложены однородные структуры различных типов для реализации булевых формул.

17. Совместное рассмотрение в одной работе методов аппаратной и программной реализации алгоритмов логического управления, и в частности методов построения схем из мультиплексоров, мажоритарных элементов и демультиплексоров непосредственно по схемам алгоритмов, применяемым в программировании, соответствует предложенному Н. Виртом (*Wirth N.* Hardware compilation: translating programs into circuits // Computer. 1998. June) подходу к построению схем из массивов вентилей путем трансляции программ. Более того, как утверждает Н. Вирт, по программе, написанной на одном языке, некоторые ее части могут компилироваться в последовательность команд процессора, а другие — транслироваться в схемы из вентилей. Интересным является также и то, что один из классиков программирования выпустил книгу, посвященную проектированию цифровых схем (*Wirth N.* Digital circuit design. New York: Springer-Verlag, 1995).

18. Проходит время и вдруг выясняется (после разговоров с бывшими соотечественниками), что автор был одним из «пионеров» создания программируемых логических схем, так как три десятилетия назад большинство инженеров считало, что простые вентили при построении нерегулярных логических схем решают все их проблемы, а до СБИС с программируемой структурой было еще очень далеко.

Думаю, что и в области применения автоматов при программировании задач логического управления я был в «пионерах».

19. И последнее. Многие приходят в этот мир, чтобы «перевернуть» его. Как отмечалось выше, булева алгебра с ее простейшими средствами с помощью усилий многих ученых и инженеров «перевернула» мир информационных технологий.

Как ни странно, но одна из простейших (по формулировке) задач булевой алгебры, возможно, сможет изменить и значительную часть научного мировоззрения.

Для этого необходимо доказать (или опровергнуть, что было бы существенно хуже для практики), что с полиномиальной оценкой времени вычислений может быть решена задача выполнимости: для произвольной булевой функции, зависящей от n переменных и заданной в конъюнктивной нормальной форме, определить, существует ли хотя бы один набор этих переменных, при котором функция равна единице.

Интересно отметить, что даже столь простая формулировка задачи может быть еще более упрощена, без уменьшения эффекта от решения задачи в новой постановке.

Такая задача носит название «3-выполнимость» и отличается от задачи выполнимости, сформулированной выше, тем, что в новой постановке каждая дизъюнкция в конъюнктивной нормальной форме содержит только три буквы.

На первый взгляд, кажется странным, что решение задачи в столь простой формулировке может «перевернуть» мир, однако про нее доказано, что она принадлежит к классу самых трудных по времени вычисления задач, а также доказано то, что любая другая задача из этого класса, к которому, например, принадлежит и «задача о коммивояжере», может быть сведена к ней за полиномиальное время.

При этом отметим, что, в свою очередь, формулировка задачи 3-выполнимости не может быть упрощена, так как д о к а з а н о, что задача 2-выполнимости имеет полиномиальный алгоритм решения.

Отметим также, что в литературе высказано предположение, что для решения задачи 3-выполнимости полиномиальным алгоритмом по крайней мере потребуется крупное научное открытие.

Так что, если Вы захотите с интересом провести время (и, возможно, немалое), возьмитесь за решение этой задачи, в чем Вам, может быть, поможет книга М. Гэри и Д. Джонсона «Вычислительные машины и труднорешаемые задачи» (М. : Мир, 1982) или книга Т. Кормена, Ч. Лейзерсона и Р. Ривеста «Алгоритмы. Построение и анализ» (М.: Московский центр непрерывного математ. образования (МЦНМО), 1999), особенно учитывая тот факт, что для произвольной коньюнктивной нормальной формы, не содержащей дизъюнкций длины более трех, установлена связь времени ее вычисления с «золотым сечением» (*Гирш Э. А.* Теоретические оценки времени работы алгоритмов для задачи выполнимости булевых формул: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. СПб.: СПбГУ, 1998).

Конечно, кроме этой Задачи существуют и другие задачи в рассматриваемой области и хочется надеяться, что их решение будет связано с получением новых и красивых результатов, применимых в логическом управлении и в теории автоматов, математический аппарат которой «является одной из наиболее трудных областей математики, так как мало соприкасается с непрерывностью, рассматриваемой в наиболее разработанной области математики — математическом анализе» (*Дж. фон Нейман.* Общая и логическая теория автоматов // *Тьюринг А.* Может ли машина мыслить? Саратов: Колледж, 1999).