Г л а в а 8

Построение многофункциональных логических модулей

8.1. Модули, универсальные в классе дизъюнктивных нормальных форм из *q* букв

Используя *PN*-классификацию, построим одновыходные модули, универсальные в рассматриваемом классе формул из q букв (q = 4, 5, 6 букв).

1. $q = 4$.

В качестве представителей типов выберем следующие ДНФ:

$$f_1 = x_1 x_2 x_3 x_4 = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_1;$$
$$f_2 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 = x_2 x_3 x_4 ! x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$
$$f_3 = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 = x_3 x_4 ! x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4) x_1;$$
$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4 = (x_2 \vee x_3 x_4) ! x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$
$$f_5 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4) ! x_1 \vee 1 \,\&\, x_1.$$

1.1. Мультиплексорный метод при k = 0 строит одновыходной модуль с $4 +]\log 5[= 7$ входами.

1.2. Применим этот метод при k = 1. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2 x_3 x_4$, $G_2 = 1$, $G_3 = x_3 x_4$, $G_4 = x_2 \vee \vee x_3 x_4$, $G_5 = x_2 \vee x_3 \vee x_4$. Так как R = 6, то в этом случае можно построить модуль с $3 +]\log 6[= 6$ входами. Ввиду того что $R < 2^m$, то при назначении функций Q_i некоторые из них могут быть одинаковыми, что может позволить упростить порождающую формулу модуля.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_0 = 0$, $Q_1 = = x_2 x_3 x_4$, $Q_2 = x_2 x_3 x_4$, $Q_3 = x_2 x_3 x_4$, $Q_4 = x_3 x_4$, $Q_5 = x_2 \vee x_3 x_4$, $Q_6 = x_2 \vee x_3 \vee x_4$, $Q_7 = 1$. При этом ПФО модуля имеет вид:

$$F_{\text{д}}(4) = \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3).$$

В качестве примера определим настройку модуля на реализацию формулы f_3:

$$f_3 = F_д(4);$$
$$\mathrm{MX}(Q_4, Q_5; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3);$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1.$$

Составим функции:

$$Q_{01} = Q_0 ! z_3 \vee Q_1 z_3 = z_3 x_2 x_3 x_4;$$
$$Q_{11} = Q_2 ! z_3 \vee Q_3 z_3 = x_2 x_3 x_4;$$
$$Q_{21} = Q_4 ! z_3 \vee Q_5 z_3 = z_3 x_2 \vee x_3 x_4;$$
$$Q_{31} = Q_6 ! z_3 \vee 1 \& z_3 = z_3 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4.$$

Так как для этих функций выполняются условия покрытия, то

$$F_д(4) = Q_{01} \vee z_2 Q_{11} \vee z_1 Q_{21} \vee z_1 z_2 Q_{31} =$$
$$= z_1 z_2 (z_3 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \vee z_1 (z_3 x_2 \vee x_3 x_4) \vee (z_2 \vee z_3) x_2 x_3 x_4.$$

Построенный одновыходной модуль имеет шесть входов, из которых три являются информационными, а три — информационно-настроечными. Модуль описан в [1], где показано, что $z_i = \{0, x_1, 1\}$.

2. $q = 5$.

В качестве представителей типов выберем следующие ДНФ:

$$f_1 = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = 0 \& !x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 x_1;$$
$$f_2 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 = x_2 x_3 x_4 x_5 !x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_3 = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 x_5 = x_3 x_4 x_5 !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4 x_5) x_1;$$
$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4 x_5 = (x_2 \vee x_3 x_4 x_5) !x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_5 = x_1 \vee x_2 x_3 \vee x_4 x_5 = (x_2 x_3 \vee x_4 x_5) !x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_6 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5) !x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_7 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) !x_1 \vee 1 \& x_1.$$

2.1. Используя метод «наложения», можно построить простой одновыходной модуль с 10 входами:

$$F_{д1}(5) = z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 \vee z_6 z_7 \vee z_8 \vee z_9 \vee z_{10}.$$

Этот модуль описан в [2].

2.2. Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит одновыходной модуль с 5 +]log 7[= 8 входами.

2.3. Применим этот метод при $k = 1$. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2 x_3 x_4 x_5$, $G_2 = 1$, $G_3 = x_3 x_4 x_5$, $G_4 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5$, $G_5 = x_2 x_3 \vee x_4 x_5$, $G_6 = x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5$, $G_7 = x_2 \vee \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5$. Так как $R = 8$, то в этом случае можно построить модуль с 4 +]log 8[= 7 входами.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_0 = 0$, $Q_1 = = x_2 x_3 x_4 x_5$, $Q_2 = x_3 x_4 x_5$, $Q_3 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5$, $Q_4 = x_2 x_3 \vee x_4 x_5$, $Q_5 = x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5$, $Q_6 = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5$, $Q_7 = 1$. При этом порождающая формула модуля имеет вид:

$$F_{\text{д}2}(5) = \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3).$$

В качестве примера определим настройку модуля на реализацию формулы f_3:

$$f_3 = F_{\text{д}2}(5);$$
$$\text{MX}(Q_2, Q_3; x_1) =$$
$$= \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3);$$
$$z_1 = \text{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$
$$z_2 = \text{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_3 = \text{MX}(0, 1; x_1) = x_1.$$

Так как для этих функций выполняются условия покрытия, то

$$F_{\text{д}2}(5) = Q_{01} \vee z_3 Q_1 \vee z_2 Q_2 \vee z_2 z_3 Q_3 \vee z_1 Q_4 \vee$$
$$\vee z_1 z_3 Q_5 \vee z_1 z_2 Q_6 \vee z_1 z_2 z_3 Q_7.$$

Построенный одновыходной модуль имеет семь входов, из которых четыре являются информационными, а три — информационно-настроечными. Модуль описан в [3], где показано, что $z_i = = \{0, x_1, 1\}$.

3. $q = 6$.

В качестве представителей типов выберем следующие ДНФ:

$$f_1 = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_1;$$
$$f_2 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 = x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 !x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$
$$f_3 = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6 = x_3 x_4 x_5 x_6 !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6) x_1;$$
$$f_4 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6 = (x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6) !x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$
$$f_5 = x_1 x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6 = x_4 x_5 x_6 !x_1 \vee (x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6) x_1;$$
$$f_6 = x_1 \vee x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6 = (x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6) !x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$

$$f_7 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5 x_6 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5 x_6)!x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$

$$f_8 = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6 = (x_3 x_4 \vee x_5 x_6)!x_1 \vee$$
$$\vee (x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6) x_1;$$

$$f_9 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6 = (x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6)!x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$

$$f_{10} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 x_6 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 x_6)!x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$

$$f_{11} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \vee x_6 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \vee x_6)!x_1 \vee$$
$$\vee 1 \,\&\, x_1.$$

3.1. Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит одновыходной модуль с 6 +]log 11[= 10 входами.

3.2. Используем этот метод при $k = 1$. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$, $G_2 = 1$, $G_3 = x_3 x_4 x_5 x_6$, $G_4 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6$, $G_5 = x_4 x_5 x_6$, $G_6 = x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6$, $G_7 = x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5 x_6$, $G_8 = x_3 x_4 \vee x_5 x_6$, $G_9 = x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6$, $G_{10} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 x_6$, $G_{11} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \vee x_6$. Так как $R = 12$, то в этом случае можно построить модуль с 5 +]log 12[= 9 входами.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_4 = 0$, $Q_5 = x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$, $Q_6 = x_3 x_4 x_5 x_6$, $Q_7 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5 x_6$, $Q_8 = x_4 x_5 x_6$, $Q_9 = x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6$, $Q_{10} = x_3 x_4 \vee x_5 x_6$, $Q_{11} = x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_5 x_6$, $Q_{12} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5 x_6$, $Q_{13} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 x_6$, $Q_{14} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \vee x_6$, $Q_{15} = 1$.

Если функции Q_0—Q_3 выбрать так, чтобы выполнялись отношения покрытия, то ПФО модуля может быть записана в виде:

$$F_{д}(6) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4).$$

В качестве примера определим настройку модуля на реализацию формулы f_7:

$$f_7 = F_{д}(6);$$
$$\mathrm{MX}(Q_{12}, Q_{15}; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4);$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1;$$
$$z_4 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1.$$

Построенный одновыходной модуль имеет девять входов, из которых пять являются информационными, а четыре — информационно-настроечными. Модуль описан в [4], где показано, что $z_i = \{0, x_1, 1\}$.

8.2. Модули, универсальные в классе произвольных формул в базисе И, ИЛИ, НЕ из *q* букв

1. $q = 2$. Используется *PN*-классификация [5].

Выберем в качестве представителей типов следующие формулы:

$$f_1 = x_1 x_2, \ f_2 = x_1 \vee x_2.$$

1.1. Применим мультиплексор «2 в 1» в качестве модуля УЛМ1(2) (рис. 8.1).

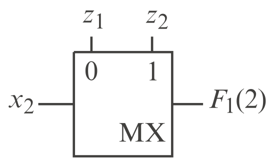

Рис. 8.1

Этот модуль описывается соотношением

$$F_1(2) = \mathrm{MX}(z_1, z_2; x_2)$$

и при $z_1 = 0$, $z_2 = x_1$ реализует формулу $F_1(2) = x_1 x_2$, а при $z_1 = x_1$, $z_2 = 1$ — формулу $F_1(2) = x_1 \vee x_2$.

1.2. Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит одновыходной модуль с 2 +]log 2[= 3 входами, который описывается порождающей формулой вида:

$$F_2(2) = \mathrm{MX}(f_1, f_2; z)$$

и при $z = 0$ реализует формулу $F_2(2) = x_1 x_2$, а при $z = 1$ — формулу $F_2(2) = x_1 \vee x_2$.

Так как $f_1 \leqslant f_2$, то $F_2(2) = x_1 \# x_2 \# z$ (рис. 8.2).

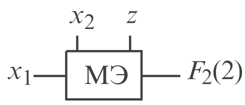

Рис. 8.2

1.3. Используем этот метод при $k = 1$. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2$, $G_2 = 1$. Так как $R = 3$, то в этом случае можно построить модуль с 1 +]log 3[= 3 входами.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_0 = Q_1 = 0$, $Q_2 = x_2$, $Q_3 = 1$. При этом

$$F_3(2) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2) = z_1(x_2 \vee z_2).$$

При $Q_0=0,\ Q_1=Q_2=x_2,\ Q_3=1$

$$F_4(2)=\text{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3;z_1,z_2)=z_1 \# z_2 \# x_2.$$

При $Q_0=0,\ Q_1=x_2,\ Q_2=Q_3=1$

$$F_5(2)=\text{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3;z_1,z_2)=z_1 \vee x_2 z_2.$$

1.4. Применим метод, описанный в разд. 7.4.1. Выберем формулу $f=x_1x_2$. Тогда

$$F_6(2)=x_1x_2 \oplus z.$$

При $z=0$ $F_6(2)=x_1x_2$, а при $z=1$ $F_6(2)=!x_1 \vee !x_2$.

2. q = 3.

2.1. Модули УЛМ3, использующие *PN*-классификацию, рассмотрены в гл. 7.

2.2. Построим модуль УЛМ3, использующий *P*-классификацию. Выберем в качестве представителей типов следующие формулы:

$$
\begin{aligned}
f_1 &= x_1x_2x_3 = 0\,\&\,!x_1 \vee x_2x_3x_1;\\
f_2 &= !x_1x_2x_3 = x_2x_3!x_1 \vee 0\,\&\,x_1;\\
f_3 &= !x_1x_2!x_3 = x_2!x_3!x_1 \vee 0\,\&\,x_1;\\
f_4 &= !x_1!x_2!x_3 = !x_2!x_3!x_1 \vee 0\,\&\,x_1;\\
f_5 &= x_1(x_2 \vee x_3) = 0\,\&\,!x_1 \vee (x_2 \vee x_3)x_1;\\
f_6 &= x_1(x_2 \vee !x_3) = 0\,\&\,!x_1 \vee (x_2 \vee !x_3)x_1;\\
f_7 &= !x_1(x_2 \vee x_3) = (x_2 \vee x_3)!x_1 \vee 0\,\&\,x_1;\\
f_8 &= x_1(!x_2 \vee !x_3) = 0\,\&\,!x_1 \vee (!x_2 \vee !x_3)x_1;\\
f_9 &= !x_1(x_2 \vee !x_3) = (x_2 \vee !x_3)!x_1 \vee 0\,\&\,x_1;\\
f_{10} &= !x_1(!x_2 \vee !x_3) = (!x_2 \vee !x_3)!x_1 \vee 0\,\&\,x_1;\\
f_{11} &= x_1 \vee x_2x_3 = x_2x_3!x_1 \vee 1\,\&\,x_1;\\
f_{12} &= x_1 \vee x_2!x_3 = x_2!x_3!x_1 \vee 1\,\&\,x_1;\\
f_{13} &= !x_1 \vee x_2x_3 = 1\,\&\,!x_1 \vee x_2x_3x_1;\\
f_{14} &= x_1 \vee !x_2!x_3 = !x_2!x_3!x_1 \vee 1\,\&\,x_1;\\
f_{15} &= !x_1 \vee x_2!x_3 = 1\,\&\,!x_1 \vee x_2!x_3x_1;\\
f_{16} &= !x_1 \vee !x_2!x_3 = 1\,\&\,!x_1 \vee !x_2!x_3x_1;\\
f_{17} &= x_1 \vee x_2 \vee x_3 = (x_2 \vee x_3)!x_1 \vee 1\,\&\,x_1;\\
f_{18} &= !x_1 \vee x_2 \vee x_3 = 1\,\&\,!x_1 \vee (x_2 \vee x_3)x_1;\\
f_{19} &= !x_1 \vee x_2 \vee !x_3 = 1\,\&\,!x_1 \vee (x_2 \vee !x_3)x_1;\\
f_{20} &= !x_1 \vee !x_2 \vee !x_3 = 1\,\&\,!x_1 \vee (!x_2 \vee !x_3)x_1.
\end{aligned}
$$

2.2.1. Мультиплексорный метод при k = 0 строит одновыходной модуль с 3 +]log 20[= 8 входами.

2.2.2. Применим этот метод при k = 1. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0=0$, $G_1=x_2x_3$, $G_2=x_2!x_3$, $G_3=!x_2!x_3$, $G_4=x_2\vee x_3$, $G_5=x_2\vee !x_3$, $G_6=!x_2\vee !x_3$, $G_7=1$. Так как R = 8, то в этом случае можно построить модуль с 2 +]log 8[= 5 входами.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_i=G_i$. При этом $z_i=\{0,!x_1,x_1,1\}$. Для того чтобы упростить алфавит настройки ($z_i=\{0,\ x_1,\ 1\}$) число информационно-настроечных входов увеличим до четырех. Порождающую формулу модуля будем строить в виде:

$$F_P(3)=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,\ldots,Q_{15};z_1,z_2,z_3,z_4),$$

где $Q_0=1$, $Q_1=x_2x_3$, $Q_2=x_2!x_3$, $Q_3=!x_2!x_3$, $Q_4=x_2\vee x_3$, $Q_5=$ $=x_2\vee !x_3$, $Q_6=!x_2\vee !x_3$, $Q_7=0$, $Q_8=0$, $Q_9=!x_2\vee !x_3$, $Q_{10}=x_2\vee !x_3$, $Q_{11}=x_2\vee x_3$, $Q_{12}=!x_2!x_3$, $Q_{13}=x_2!x_3$, $Q_{14}=x_2x_3$, $Q_{15}=1$.

В качестве примера определим настройку модуля на реализацию формулы f_{15}:

$$\begin{gathered}
f_{15}=F_P(3);\\
\mathrm{MX}(Q_0,Q_2;x_1)=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,\ldots,Q_{15};z_1,z_2,z_3,z_4);\\
z_1=\mathrm{MX}(0,0;x_1)=0;\\
z_2=\mathrm{MX}(0,0;x_1)=0;\\
z_3=\mathrm{MX}(0,1;x_1)=x_1;\\
z_4=\mathrm{MX}(0,0;x_1)=0.
\end{gathered}$$

Другая настройка может быть получена, если учесть, что функция f_{15} может быть записана в МФ иначе:

$$\begin{gathered}
f_{15}=F_P(3);\\
\mathrm{MX}(Q_0,Q_{13};x_1)=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,\ldots,Q_{15};z_1,z_2,z_3,z_4);\\
z_1=\mathrm{MX}(0,1;x_1)=x_1;\\
z_2=\mathrm{MX}(0,1;x_1)=x_1;\\
z_3=\mathrm{MX}(0,0;x_1)=0;\\
z_4=\mathrm{MX}(0,1;x_1)=x_1.
\end{gathered}$$

Построенный одновыходной модуль имеет шесть входов, из которых два являются информационными, а четыре — информационно-настроечными. Модуль описан в [6].

Так как порождающая функция модуля $F_P(3)$ является «зеркальной» (разд. 10.7), то она может быть записана иначе:

$$F_P(3) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, ..., Q_7; z_1 \oplus z_2, z_1 \oplus z_3, z_1 \oplus z_4).$$

2.3. Построим модуль, использующий *N*-классификацию. Выберем в качестве представителей типов следующие формулы:

$$f_0 = x_1 x_2 \vee x_3,\ f_2 = x_1 \vee x_2 x_3,$$
$$f_4 = x_1 x_3 \vee x_2,\ f_1 = (x_1 \vee x_3) x_2,\ f_3 = (x_1 \vee x_2) x_3,$$
$$f_5 = x_1 (x_2 \vee x_3),\ f_6 = x_1 x_2 x_3,\ f_7 = x_1 \vee x_2 \vee x_3.$$

Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит модуль с 3 +]log 8[= = 6 входами (рис. 8.3).

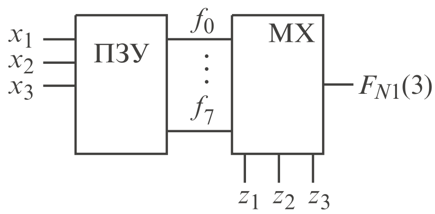

Рис. 8.3

Построим модуль, в котором постоянное запоминающее устройство (ПЗУ) заменено весьма простой схемой.

В [7] была предложена комбинационная схема (КСх1) с обратной связью, состоящая из двухвходовых элементов И и ИЛИ и реализующая функции f_0—f_5 (рис. 8.4).

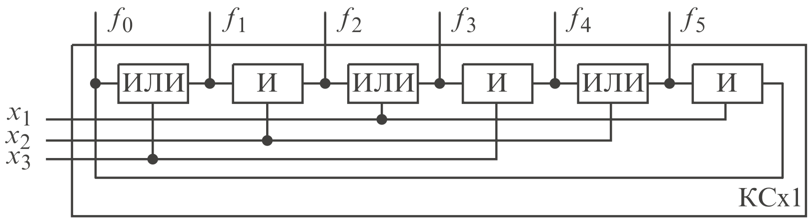

Рис. 8.4

Из изложенного следует, что искомым модулем является схема, приведенная на рис. 8.5. Этот модуль описан в [8].

2.4. Построим модуль, порождающая функция которого объединяет все 64 бесповторные БФ в рассматриваемом базисе из трех букв.

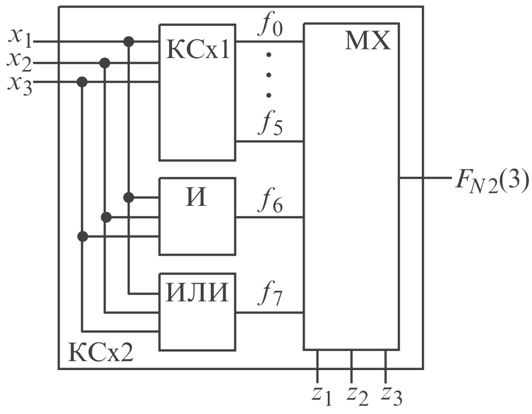

Рис. 8.5

Исходя из изложенного в предыдущем пункте, следует, что схема на рис. 8.6 является искомым модулем. Этот модуль описан в [9].

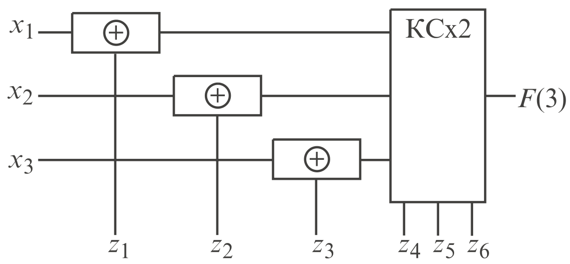

Рис. 8.6

3. $q = 4$.

В качестве представителей *PN*-типов бесповторных пороговых формул выберем формулы, записанные в порядке убывания весов, и перечислим представителей всех типов бесповторных формул, которые разложим по одной и той же переменной, обладающей для пороговых формул наибольшим весом, что обеспечивает минимальную номенклатуру остаточных формул:

$$f_1 = x_1 x_2 x_3 x_4 = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_1;$$

$$f_2 = x_1 x_2 (x_3 \vee x_4) = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 (x_3 \vee x_4) x_1;$$

$$f_3 = x_1 (x_2 \vee x_3 x_4) = 0 \,\&\, !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4) x_1;$$

$$f_4 = x_1 (x_2 \vee x_3 \vee x_4) = 0 \,\&\, !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 \vee x_4) x_1;$$

$$f_5 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 = x_2 x_3 x_4 !x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$

$$f_6 = x_1 \vee x_2 (x_3 \vee x_4) = x_2 (x_3 \vee x_4) !x_1 \vee 1 \,\&\, !x_1;$$

$$f_7 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4 = (x_2 \vee x_3 x_4)!x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$
$$f_8 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4)!x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$
$$f_9 = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 = x_3 x_4 !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4) x_1;$$
$$f_{10} = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4) = x_2 (x_3 \vee x_4)!x_1 \vee (x_3 \vee x_4) x_1.$$

3.1. Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит одновыходной модуль с 4 +]log 10[= 8 входами.

3.2. Применим метод построения порождающих функций модулей, описанный в разд. 7.4.1. Для этого построим три выражения:

$$F_1 = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \oplus z = f_1 \oplus z;$$
$$F_2 = (x_1 x_2 \vee x_3 \vee x_4) \oplus z = f_2 \oplus z;$$
$$F_3 = (x_1 x_2 \vee x_3 x_4) \oplus z = f_3 \oplus z.$$

Первое из этих выражений порождает следующие формулы:

$$F_1 = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \quad \text{при } z = 0;$$
$$F_1 = !x_1 !x_2 !x_3 !x_4 \quad \text{при } z = 1;$$
$$F_1 = !x_1 !x_2 !x_3 \vee x_4 \quad \text{при } z = !x_4;$$
$$F_1 = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)!x_4 \quad \text{при } z = x_4.$$

Второе выражение порождает формулы:

$$F_2 = x_1 x_2 \vee x_3 \vee x_4 \quad \text{при } z = 0;$$
$$F_2 = (!x_1 \vee !x_2)!x_3 !x_4 \quad \text{при } z = 1;$$
$$F_2 = (!x_1 \vee !x_2)!x_3 \vee x_4 \quad \text{при } z = !x_4;$$
$$F_2 = (x_1 x_2 \vee x_3) x_4 \quad \text{при } z = x_4.$$

Третье выражение порождает формулы:

$$F_3 = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \quad \text{при } z = 0;$$
$$F_3 = (!x_1 \vee !x_2)(!x_3 \vee !x_4) \quad \text{при } z = 1.$$

Объединим формулы f_1, f_2 и f_3 методом «наложения»:

$$f = x_1 z_1 \vee z_2 z_3 \vee z_4 \vee z_5.$$

При $z_1 = 1$, $z_2 = x_2$, $z_3 = 1$, $z_4 = x_3$, $z_5 = x_4$ — $f = f_1$;
при $z_1 = x_2$, $z_2 = 0$, $z_3 = 0$, $z_4 = x_3$, $z_5 = x_4$ — $f = f_2$;
при $z_1 = x_2$, $z_2 = x_3$, $z_3 = x_4$, $z_4 = 0$, $z_5 = 0$ — $f = f_3$.

Таким образом, одновыходной модуль с семью входами в данном случае описывается порождающей формулой вида:

$$F_1(4) = (x_1 z_1 \vee z_2 z_3 \vee z_4 \vee z_5) \oplus z_6.$$

3.3. При построении модуля используем *NPN*-классификацию. Выберем в качестве представителей типов — формулы f_4, f_6, f_7, f_8, f_9. Применяя метод «наложения», получим формулу

$$F = z_1 \vee (z_2 \vee z_3)\, z_4 \vee z_5 z_6 .$$

Модуль УЛМ4 с прямым и инверсным выходами, построенный на основе этой формулы, описан в [10], а одновыходной модуль с семью входами в данном случае имеет порождающую формулу вида:

$$F_2(4) = \left(z_1 \vee (z_2 \vee z_3)\, z_4 \vee z_5 z_6 \right) \oplus z_7 .$$

3.4. Используем этот метод при k = 1. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2 x_3 x_4$, $G_2 = x_2 (x_3 \vee x_4)$, $G_3 = x_2 \vee x_3 x_4$, $G_4 = x_2 \vee x_3 \vee x_4$, $G_5 = 1$, $G_6 = x_3 x_4$, $G_7 = x_3 \vee x_4$. Так как $R = 8$, то в этом случае можно построить модуль с 3 +]log 8[= 6 входами.

Реализуем искомый модуль в виде стандартной схемы (рис. 8.7).

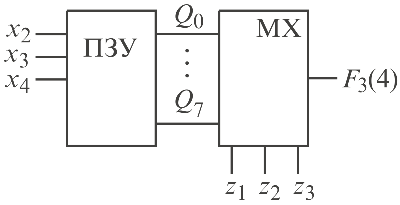

Рис. 8.7

Этой схеме соответствует соотношение

$$F_3(4) = \text{МХ}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3).$$

Для упрощения построения порождающей формулы преобразуем это соотношение к виду:

$$F_3(4) = \text{МХ}(Q_{01}, Q_{11}, Q_{21}, Q_{31}; z_1, z_2).$$

Этому выражению соответствует схема на рис. 8.8.

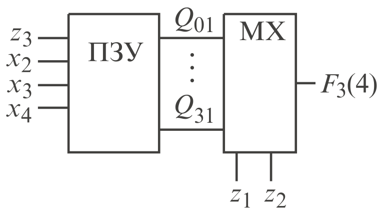

Рис. 8.8

Если назначить функции Q_i следующим образом: $Q_0=0$, $Q_1=x_2x_3x_4$, $Q_6=x_2\vee x_3\vee x_4$, $Q_7=1$, то $Q_{01}=!z_3Q_0\vee z_3Q_1= z_3x_2x_3x_4$, $Q_{31}=!z_3Q_6\vee z_3Q_7=z_3\vee x_2\vee x_3\vee x_4$. При этом существуют 4! варианта назначений функций Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, при которых удовлетворяются отношения покрытия. Назначим эти функции следующим образом: $Q_2=x_2(x_3\vee x_4)$, $Q_3=x_3\vee x_4$, $Q_4=x_3x_4$, $Q_5=x_2\vee x_3x_4$. При этом $Q_{11}=!z_3Q_2\vee z_3Q_3=(z_3\vee x_2)(x_3\vee x_4)$, $Q_{21}=!z_3Q_4\vee z_3Q_5=z_3x_2\vee x_3x_4$. Следовательно,

$$F_3(4)=z_1z_2(z_3\vee x_2\vee x_3\vee x_4)\vee z_1(z_3x_2\vee x_3x_4)\vee$$
$$\vee z_2(z_3\vee x_2)(x_3\vee x_4)\vee z_3x_2x_3x_4.$$

Эта порождающая функция состоит из 20 букв, а после вынесения за скобки переменной z_1 их количество уменьшается до 19. Для одновыходного модуля этого типа с тремя информационными и тремя информационно-настроечными входами в дальнейшем будем применять обозначение, приведенное на рис. 8.9.

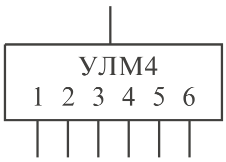

Рис. 8.9

В качестве примера определим настройку модуля на реализацию формулы f_{10}:

$$f_{10}=F_3(4);$$
$$\mathrm{MX}(Q_2, Q_3; x_1)=$$
$$=\mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3);$$
$$z_1=\mathrm{MX}(0, 0; x_1)=0;$$
$$z_2=\mathrm{MX}(1, 1; x_1)=1;$$
$$z_3=\mathrm{MX}(0, 1; x_1)=x_1.$$

Этот модуль при $z_1=x_1$, $z_2=x_1$, $z_3=!x_1$ реализует формулу $f= x_1(x_2\vee x_3\vee x_4)\vee x_2x_3x_4$, которая является порождающей формулой модуля УЛМ3. Рассмотренный модуль описан в [11], где показано, что при реализации бесповторных формул $z_i=\{0, x_1, 1\}$.

3.5. Используя метод построения ПФ модулей, описанный в разд. 7.2.5, сформируем на основе принципа двойственности две группы фрагментов длиной восемь: $\{G_0=0,\ G_1=x_2x_3x_4, G_3=x_2\vee x_3x_4,\ G_4=x_3x_4\}$, $\{G_2=x_2(x_3\vee x_4),\ G_4=x_2\vee x_3\vee x_4,\ G_5=1,$

$G_7 = x_3 \vee x_4\}$. В каждой из них находятся все фрагменты одной из двух непороговых формул.

Применим в качестве основных фрагменты второй группы. Назначим функции Q_i так, чтобы выполнялись отношения покрытия:

$$Q_0 = x_2(x_3 \vee x_4),\ Q_1 = x_3 \vee x_4,\ Q_2 = x_2 \vee x_3 \vee x_4,\ Q_3 = 1.$$

При этом

$$F = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_2, z_3) = Q_0 \vee Q_1 z_3 \vee Q_2 z_2 \vee Q_3 z_2 z_3 = \\ = (z_2 \vee z_3 \vee x_2)(x_3 \vee x_4) \vee z_2(z_3 \vee x_2).$$

Таким образом,

$$F_4(4) = z_1 \oplus F = \\ = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, !Q_0, !Q_1, !Q_2, !Q_3; z_1, z_2, z_3) = \\ = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3) = \\ = z_1 \oplus [(z_2 \vee z_3 \vee x_2)(x_3 \vee x_4) \vee z_2(z_3 \vee x_2)].$$

Если использовать в качестве основных фрагменты первой группы, то $Q_0 = 0, Q_1 = x_2 x_3 x_4, Q_2 = x_3 x_4, Q_3 = x_2 \vee x_3 x_4$. При этом

$$F_1 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_2, z_3) = \\ = Q_0 \vee Q_1 z_3 \vee Q_2 z_2 \vee Q_3 z_2 z_3 = (z_2 \vee z_2 x_2) x_3 x_4 \vee z_2 z_3 x_2.$$

Таким образом,

$$F_5(4) = z_1 \oplus F_1 = \\ = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, !Q_0, !Q_1, !Q_2, !Q_3; z_1, z_2, z_3) = \\ = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3) = \\ = z_1 \oplus [(z_2 \vee z_3 x_2) x_3 x_4 \vee z_2 z_3 x_2].$$

Найденные порождающие формулы зависят от шести переменных и содержат по девять букв, что более чем в два раза меньше, чем число букв в порождающей формуле $F_3(4)$, также зависящей от шести переменных. Это упрощение достигнуто за счет расширения алфавита настройки — $\{0, !x_1, x_1, 1\}$ вместо $\{0, x_1, 1\}$.

Определим настройку модуля с порождающей формулой $F_5(4)$ на функцию, *PN*-однотипную с функцией $f_{10} = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee \vee x_4) = !x_1 x_2 (x_3 \vee x_4) \vee x_1 (x_3 \vee x_4)$.

Заменим в этом разложении каждую из остаточных функций антидвойственной: $f_{101} = !x_1 !x_2 (!x_3 \vee !x_4) \vee x_1 (!x_3 \vee !x_4) = !x_1 !(x_2 \vee \vee x_3 x_4) \vee x_1 !(x_3 \vee x_4) = !x_1 !Q_3 \vee x_1 !Q_2 = !x_1 Q_7 \vee x_1 Q_6 = (x_1 \vee !x_2) \& \& (!x_3 \vee !x_4)$.

При этом

$$f_{101} = F_5(4);$$
$$\text{MX}(Q_7, Q_6; x_1) =$$
$$= \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3);$$
$$z_1 = \text{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_2 = \text{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_3 = \text{MX}(1, 0; x_1) = !x_1.$$

Этот модуль описан в [12], а метод его построения — в [13].

3.6. Схема из двух модулей УЛМ3 (рис. 7.10) является одновыходным модулем УЛМ4 с семью входами (рис. 8.10).

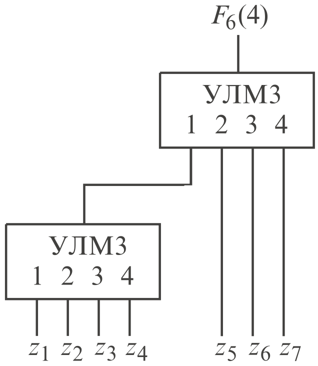

Рис. 8.10

Ниже в этом разделе будет показано, что этот модуль дополнительно реализует все непороговые формулы в базисе {&, ∨, !} из пяти букв. Этот модуль описан в [14].

4. $q = 5$.

$$f_1 = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 x_1;$$
$$f_2 = x_1 x_2 x_3 (x_4 \vee x_5) = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 x_3 (x_4 \vee x_5) x_1;$$
$$f_3 = x_1 x_2 (x_3 \vee x_4 x_5) = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 (x_3 \vee x_4 x_5) x_1;$$
$$f_4 = x_1 x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5) = 0 \,\&\, !x_1 \vee x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5) x_1;$$
$$f_5 = x_1 (x_2 \vee x_3 x_4 x_5) = 0 \,\&\, !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4 x_5) x_1;$$
$$f_6 = x_1 \big(x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5)\big) = 0 \,\&\, !x_1 \vee \big(x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5)\big) x_1;$$
$$f_7 = x_1 (x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5) = 0 \,\&\, !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5) x_1;$$
$$f_8 = x_1 (x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) = 0 \,\&\, !x_1 \vee (x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) x_1;$$
$$f_9 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 = x_2 x_3 x_4 x_5 !x_1 \vee 1 \,\&\, x_1;$$

$$f_{10} = x_1 \vee x_2 x_3 (x_4 \vee x_5) = x_2 x_3 (x_4 \vee x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{11} = x_1 \vee x_2 (x_3 \vee x_4 x_5) = x_2 (x_3 \vee x_4 x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{12} = x_1 \vee x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5) = x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{13} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4 x_5 = (x_2 \vee x_3 x_4 x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{14} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5) = \big(x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5)\big) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{15} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{16} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 = (x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{17} = x_1 \vee x_2 x_3 \vee x_4 x_5 = (x_2 x_3 \vee x_4 x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{18} = x_1 \vee (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) = (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) ! x_1 \vee 1 \& x_1;$$
$$f_{19} = x_1 (x_2 x_3 \vee x_4 x_5) = 0 \& ! x_1 \vee (x_2 x_3 \vee x_4 x_5) x_1;$$
$$f_{20} = x_1 (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) = 0 \& ! x_1 \vee (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) x_1;$$
$$f_{21} = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 x_5 = x_3 x_4 x_5 ! x_1 \vee (x_2 \vee x_3 x_4 x_5) x_1;$$
$$f_{22} = x_1 x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5) = x_3 (x_4 \vee x_5) ! x_1 \vee$$
$$\vee \big(x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5)\big) x_1;$$
$$f_{23} = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4 x_5) = x_2 (x_3 \vee x_4 x_5) ! x_1 \vee (x_3 \vee x_4 x_5) x_1;$$
$$f_{24} = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4 \vee x_5) = x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5) ! x_1 \vee$$
$$\vee (x_3 \vee x_4 \vee x_5) x_1.$$

4.1. Применяя метод «наложения» применительно к заданным БФ, можно построить одновыходной модуль УЛМ5 с 10 входами (рис. 8.11). Этот модуль описан в [12].

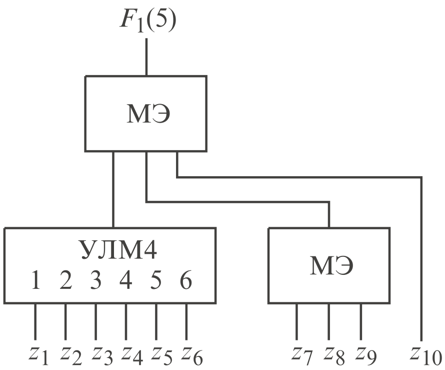

Рис. 8.11

4.2. Более простой модуль был предложен в [15]. При этом использовались метод «наложения» применительно к древовидным схемам в базисе {&, ∨}, реализующим заданные БФ, и *NPN*-классификация. Этот одновыходной модуль имеет порождающую формулу вида:

$$F_2(5) = [(z_1 z_2 z_3 \vee z_4 z_5)\, z_6 z_7 \vee z_8 z_9] \oplus z_{10},$$

где $z_{10} = \{0, 1\}$.

4.3. Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит одновыходной модуль с 5 +]log 24[= 10 входами.

4.4. Применим этот метод при $k = 1$. При этом разнотипные фрагменты имеют вид: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2 x_3 x_4 x_5$, $G_2 = x_2 x_3 (x_4 \vee x_5)$, $G_3 = x_2 (x_3 \vee x_4 x_5)$, $G_4 = x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5)$, $G_5 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5$, $G_6 = x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5)$, $G_7 = x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5$, $G_8 = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5$, $G_9 = 1$, $G_{10} = x_2 x_3 \vee x_4 x_5$, $G_{11} = (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5)$, $G_{12} = x_3 x_4 x_5$, $G_{13} = x_3 (x_4 \vee x_5)$, $G_{14} = x_3 \vee x_4 x_5$, $G_{15} = x_3 \vee x_4 \vee x_5$. Так как $R = 16$, то в этом случае можно построить модуль с 4 +]log 16[= 6 входами. Реализуем искомый модуль в виде стандартной схемы (рис. 8.12).

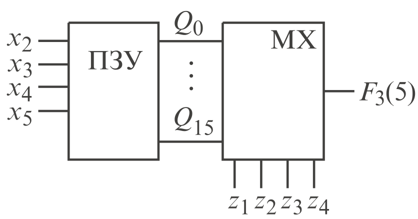

Рис. 8.12

Этой схеме соответствует соотношение

$$F_3(5) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4).$$

Для упрощения построения порождающей формулы преобразуем это соотношение к виду:

$$F_3(5) = \mathrm{MX}(Q_{01}, Q_{11}, \ldots, Q_{71}; z_1, z_2, z_3).$$

Этому выражению соответствует схема на рис. 8.13.

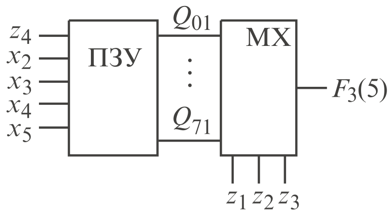

Рис. 8.13

Назначим функции Q_i и Q_{i1} следующим образом:

$Q_0 = 0,$	$Q_1 = x_2 x_3 x_4 x_5,$	$Q_{01} = z_4 x_2 x_3 x_4 x_5;$
$Q_2 = x_3 x_4 x_5,$	$Q_3 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5,$	$Q_{11} = z_4 x_2 \vee x_3 x_4 x_5;$
$Q_4 = x_2 x_3 (x_4 \vee x_5),$	$Q_5 = x_3 (x_4 \vee x_5),$	$Q_{21} = (z_4 \vee \vee x_2) x_3 (x_4 \vee x_5);$
$Q_6 = (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee \vee x_5),$	$Q_7 = x_2 \vee x_3 (x_4 \vee \vee x_5),$	$Q_{31} = z_4 x_2 \vee (x_2 \vee \vee x_3)(x_4 \vee x_5);$
$Q_8 = x_2 (x_3 \vee x_4 x_5),$	$Q_9 = x_3 \vee x_4 x_5,$	$Q_{41} = (z_4 \vee x_2)(x_3 \vee \vee x_4 x_5);$
$Q_{10} = x_2 x_3 \vee x_4 x_5,$	$Q_{11} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 x_5,$	$Q_{51} = z_4 \# x_2 \# x_3 \vee \vee x_4 x_5;$
$Q_{12} = x_2 (x_3 \vee x_4 \vee x_5),$	$Q_{13} = x_3 \vee x_4 \vee x_5,$	$Q_{61} = (z_4 \vee x_2)(x_3 \vee \vee x_4 \vee x_5);$
$Q_{14} = x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5,$	$Q_{15} = 1,$	$Q_{71} = z_4 \vee x_2 \vee x_3 \vee \vee x_4 \vee x_5.$

Так как для функций Q_{i1} выполняются отношения покрытия, то

$$F_3(5) = Q_{01} \vee Q_{11} z_3 \vee Q_{21} z_2 \vee Q_{31} z_2 z_3 \vee Q_{41} z_1 \vee \vee Q_{51} z_1 z_3 \vee Q_{61} z_1 z_2 \vee Q_{71} z_1 z_2 z_3.$$

Если в эту формулу подставить выражения для функций Q_{i1}, приведенные выше, то она будет содержать 55 букв. В [5] показано, что эта формула может быть существенно упрощена. При этом булева формула

$$F_3(5) = (z_1 z_3 \vee z_4 x_2 x_3) x_4 x_5 \vee \{[z_1 (z_4 \vee x_2 \vee x_3) \vee (z_1 \vee x_2 \vee \vee x_3)(x_4 \vee x_5)] z_2 \vee z_4 x_2 \vee x_3 x_4 x_5\} z_3 \vee [z_1 (x_3 \vee x_4 x_5) \vee \vee (z_1 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) z_2](z_4 \vee x_2)$$

содержит 34 буквы. В качестве примера определим настройку модуля на реализацию формулы f_{18}:

$$f_{18} = F_3(5);$$
$$\mathrm{MX}(Q_6, Q_{15}; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4);$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1;$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_4 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1.$$

Этот одновыходной модуль с восемью входами описан в [16], где показано, что $z_i = \{0, x_1, 1\}$.

4.5. Используем метод, изложенный в разд. 7.2.5. При этом на основе принципа двойственности разобьем приведенные выше фрагменты на две группы. В первую группу включим следующие фрагменты, входящие в бесповторные пороговые формулы: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2 x_3 x_4 x_5$, $G_2 = x_2 x_3 (x_4 \vee x_5)$, $G_5 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5$, $G_6 = x_2 \vee \vee x_3 (x_4 \vee x_5)$. Из пары непороговых формул с постоянной остаточной функцией включим в первую группу фрагмент $G_{11} = (x_2 \vee \vee x_3)(x_4 \vee x_5)$. Для оставшихся непороговых формул в первую группу включим фрагмент $G_{12} = x_3 x_4 x_5$, так как в этой группе уже имеется фрагмент $G_5 (f_{21} = !x_1 G_{12} \vee x_1 G_5)$, и фрагмент $G_{13} = = x_3 (x_4 \vee x_5)$, так как в рассматриваемой группе имеется фрагмент $G_6 (f_{22} = !x_1 G_{13} \vee x_1 G_6)$.

Так как $R = 8$, то в данном случае может быть построен одновыходной модуль УЛМ5 с 5 +]log 8[= 8 входами.

Назначим функции Q_i: $Q_0 = 0$, $Q_1 = x_2 x_3 x_4 x_5$, $Q_2 = x_3 x_4 x_5$, $Q_3 = x_2 \vee x_3 x_4 x_5$, $Q_4 = x_2 x_3 (x_4 \vee x_5)$, $Q_5 = x_3 (x_4 \vee x_5)$, $Q_6 = = (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5)$, $Q_7 = x_2 \vee x_3 (x_4 \vee x_5)$. Объединим эти функции следующим образом:

$$F_2 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_2, z_3, z_4),$$

и построим ПФО модуля:

$$F_4(5) = z_1 \oplus F_2 = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4),$$

где $Q_8 = !Q_0$, $Q_9 = !Q_1$, $Q_{10} = !Q_2$, $Q_{11} = !Q_3$, $Q_{12} = !Q_4$, $Q_{13} = !Q_5$, $Q_{14} = !Q_6$, $Q_{15} = !Q_7$.

Так как для функций $Q_0, \ldots, Q_7$ выполняются отношения покрытия, то

$$F_4(5) = z_1 \oplus (Q_0 \vee Q_1 z_4 \vee Q_2 z_3 \vee Q_3 z_3 z_4 \vee Q_4 z_2 \vee Q_5 z_2 z_4 \vee \vee Q_6 z_2 z_3 \vee Q_7 z_2 z_3 z_4) = z_1 \oplus \{z_2 [z_3 (x_2 \vee x_3) \vee (z_4 \vee \vee x_2) x_3](x_4 \vee x_5) \vee z_3 z_4 x_2 \vee (z_3 \vee z_4 x_2) x_3 x_4 x_5\}.$$

Из изложенного следует, что функция $F_4(5)$ зависит от восьми переменных и реализуется булевой формулой из 19 букв, что почти в два раза меньше, чем число букв в формуле $F_3(5)$, построенной выше. Упрощение модуля достигается за счет расширения алфавита настройки, ($\{0, !x_1, x_1, 1\}$ вместо $\{0, x_1, 1\}$), и того, что некоторые БФ, реализуемые путем настройки, содержат инверсии.

Настройка этого модуля выполняется следующим образом.

Пусть требуется реализовать формулу

$$f_9 = x_1 \vee x_2 x_3 x_4 x_5 = x_2 x_3 x_4 x_5 !x_1 \vee 1 \& x_1 = Q_1 !x_1 \vee Q_8 x_1.$$

Составим и решим уравнение:

$$f_9 = F_4(5);$$
$$\text{MX}(Q_1, Q_8; x_1) = \text{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4);$$
$$z_1 = \text{MX}(0, 1; x_1) = x_1;$$
$$z_2 = \text{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$
$$z_3 = \text{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$
$$z_4 = \text{MX}(1, 0; x_1) = !x_1.$$

Пусть требуется реализовать формулу

$$f = (x_1 \vee !x_2)(!x_3 \vee !x_4 \vee !x_5).$$

Она *PN*-однотипна с формулой $f_{24} = (x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4 \vee x_5) = = x_2(x_3 \vee x_4 \vee x_5)!x_1 \vee (x_3 \vee x_4 \vee x_5)x_1$.

Запишем формулу

$$f = !x_2(!x_3 \vee !x_4 \vee !x_5)!x_1 \vee (!x_3 \vee !x_4 \vee !x_5)x_1 =$$
$$= !(x_2 \vee x_3 x_4 x_5)!x_1 \vee !(x_3 x_4 x_5)x_1 =$$
$$= !Q_3 !x_1 \vee !Q_2 x_1 = Q_{11} !x_1 \vee Q_{10} x_1.$$

Составим и решим уравнение:

$$f = F_4(5);$$
$$\text{MX}(Q_{11}, Q_{10}; x_1) = \text{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4);$$
$$z_1 = \text{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_2 = \text{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$
$$z_3 = \text{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_4 = \text{MX}(1, 0; x_1) = !x_1.$$

Этот модуль описан в [17].

4.6. Применим мультиплексорный метод при $k = 2$. При этом разложим по Шеннону каждый из приведенных выше 24 представителей *PN*-типов БФ по переменным x_1, x_2 и определим получающиеся при этом фрагменты, являющиеся «четвертинками». Например, для формулы f_{18} это разложение имеет вид:

$$f_{18} = x_1 \vee (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) =$$
$$= \text{MX}\big(x_3(x_4 \vee x_5), x_4 \vee x_5, 1, 1; x_1, x_2\big).$$

Эта формула содержит следующие разнотипные фрагменты: $x_3(x_4 \vee x_5)$, $x_4 \vee x_5$, 1. Выпишем разнотипные фрагменты, которые входят в состав всех формул: $G_0 = 0$, $G_1 = x_3 x_4 x_5$, $G_2 = x_3(x_4 \vee x_5)$, $G_3 = x_4 \vee x_5$, $G_4 = x_4 x_5$, $G_5 = x_3 \vee x_4 x_5$, $G_6 = x_3 \vee x_4 \vee x_5$, $G_7 = 1$.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_i = G_i$. Объединим эти функции:

$$F_5(5) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) =$$
$$= \Phi_1 \Phi_2 (\Phi_3 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \vee \Phi_1 (\Phi_3 x_3 \vee x_4 x_5) \vee$$
$$\vee \Phi_2 (\Phi_3 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) \vee \Phi_3 x_3 x_4 x_5.$$

Эта БФ является порождающей формулой одного из модулей УЛМ4. Для t-й заданной БФ составим и решим уравнение

$$f_t = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; \Phi_1^t, \Phi_2^t, \Phi_3^t).$$

Например, при $t = 18$:

$$\mathrm{MX}(Q_2, Q_3, Q_7, Q_7; x_1, x_2) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; \Phi_1^{18}, \Phi_2^{18}, \Phi_3^{18});$$
$$\Phi_1^{18} = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; x_1, x_2) = x_1;$$
$$\Phi_2^{18} = \mathrm{MX}(1, 1, 1, 1; x_1, x_2) = 1;$$
$$\Phi_3^{18} = \mathrm{MX}(0, 1, 1, 1; x_1, x_2) = x_1 \vee x_2.$$

В [13] показано, что функции $\Phi_j^t = \{0, x_1, x_1 x_2, x_1 \vee x_2, 1\}$. Поэтому каждая функция Φ_j может быть реализована, например, трехвходовым мажоритарным элементом. Специфика функций Φ_j^t в данном случае такова [13], что по одному из входов все три МЭ могут быть объединены. Исходя из изложенного, в данном случае может быть построен одновыходной модуль УЛМ5 с десятью входами, обладающий блочной структурой (рис. 8.14).

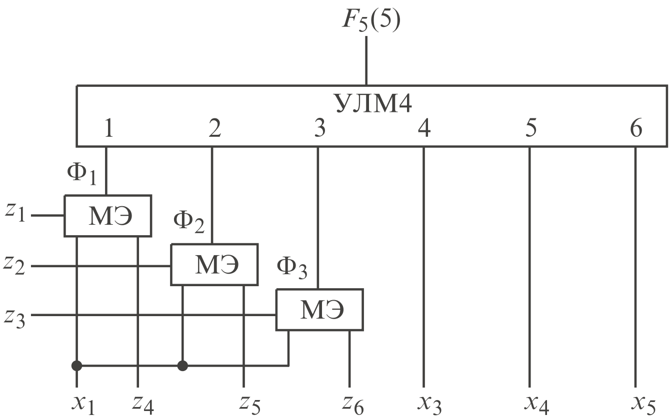

Рис. 8.14

Этот модуль при $z_1 = 0$, $z_2 = 1$, $z_3 = 1$, $z_4 = 1$, $z_5 = 1$, $z_6 = x_2$ реализует $\Phi_1 = x_1$, $\Phi_2 = 1$, $\Phi_3 = x_1 \vee x_2$, и поэтому $F_5(5) = f_{18}$.

4.7. Используем мультиплексорный метод при k = 3. При этом разложим по Шеннону каждый из приведенных выше 24 представителей PN-типов БФ по переменным x_1, x_2, x_3 и определим получающиеся при этом фрагменты, являющиеся «восьмушками». Например, для формулы f_{18} это разложение имеет вид:

$$f_{18} = x_1 \vee (x_2 \vee x_3)(x_4 \vee x_5) =$$
$$= \mathrm{MX}(0, x_4 \vee x_5, x_4 \vee x_5, x_4 \vee x_5, 1, 1, 1, 1; x_1, x_2, x_3).$$

Эта формула содержит следующие разнотипные фрагменты: 0, $x_4 \vee x_5$, 1. Выпишем разнотипные фрагменты, которые входят в состав всех формул: $G_0 = 0$, $G_1 = x_4 x_5$, $G_2 = x_4 \vee x_5$, $G_3 = 1$.

Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_i = G_i$. Объединим эти функции:

$$F_6(5) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1, \Phi_2) =$$
$$= \Phi_1(\Phi_2 \vee x_4 \vee x_5) \vee \Phi_2 x_4 x_5.$$

Эта БФ является порождающей формулой одного из модулей УЛМ3. Для t-й заданной БФ составим и решим уравнение

$$f_t = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1^t, \Phi_2^t).$$

Например, при t = 18:

$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_2, Q_2, Q_2, Q_3, Q_3, Q_3, Q_3; x_1, x_2, x_3) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; \Phi_1^{18}, \Phi_2^{18});$$
$$\Phi_1^{18} = \mathrm{MX}(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1; x_1, x_2) = x_1 \vee x_2 \vee x_3;$$
$$\Phi_2^{18} = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1; x_1, x_2) = x_1.$$

В [13] показано, что функции $\Phi_j^t = \{0, x_1, x_1 x_2, x_1 \vee x_2, x_1 x_2 x_3, x_1(x_2 \vee x_3), x_1 \vee x_2 x_3, x_1 \vee x_2 \vee x_3, 1\}$. Поэтому каждая функция Φ_j^t также может быть реализована модулем УЛМ3. Специфика этих функций в данном случае [13] такова, что первые два одноименных входа двух модулей УЛМ3 могут быть объединены. Исходя из изложенного, может быть построен одновыходной модуль УЛМ5 с восемью входами, обладающий блочной структурой (рис. 8.15).

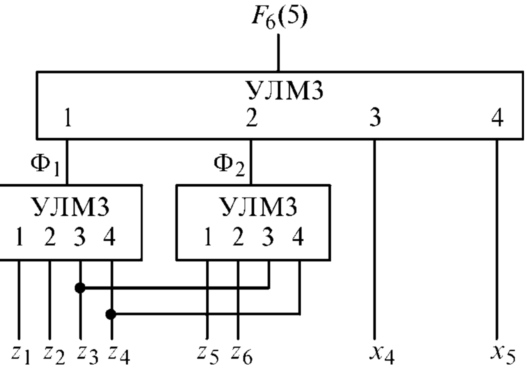

Рис. 8.15

Этот модуль при $z_1 = 1$, $z_2 = x_1$, $z_3 = x_2$, $z_4 = x_3$, $z_5 = x_1$, $z_6 = x_1$ реализует $\Phi_1 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$, $\Phi_2 = x_1$, и поэтому $F_6(5) = f_{18}$.

Построенный модуль является простейшим из известных одновыходных модулей УЛМ5, так как содержит восемь входов и состоит из трех модулей УЛМ3.

Этот модуль описан в [18], где показано, что $z_i = \{0, x_1, x_2, x_3, 1\}$.

4.8. Построим еще один модуль, состоящий из трех модулей УЛМ3, который так же, как и предыдущий модуль УЛМ5, содержит девять логических выводов.

В разд. 3.3.3 показано, что произвольная бесповторная БФ в рассматриваемом базисе из пяти букв может быть реализована схемой из д в у х модулей УЛМ3. При этом все 24 представителя *PN*-типов этих формул могут быть разбиты на два класса: непороговые (формулы f_{17}—f_{24}) и пороговые (формулы f_1—f_{16}). В [19] показано, что схема (рис. 8.16) является модулем УЛМ5.

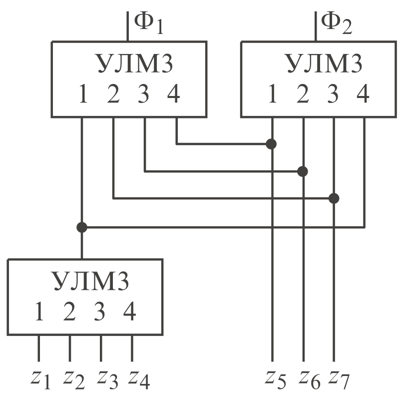

Рис. 8.16

В этом модуле на выходе Φ_1 путем настройки может быть реализована произвольная непороговая БФ рассматриваемого класса, а на выходе Φ_2 — произвольная пороговая БФ рассматриваемого класса. Этот модуль описан в [19].

4.9. Так как произвольная БФ в базисе $\{\&, \vee, !\}$ из пяти букв может быть реализована схемой из двух модулей УЛМ3, то такие два модуля с суммарным числом логических выводов равным 10 могут рассматриваться в качестве модуля УЛМ5.

5. $q = 6$.

5.1. В [15], применяя метод наложения древовидных схем, реализующих каждого из 33 представителей *NPN*-типов бесповторных БФ в базисе $\{\&, \vee, !\}$ из шести букв, построена ПФО одновыходного модуля УЛМ6 с 14 входами:

$$F_1(6) = \{[(z_1 z_2 z_3 \vee z_4 z_5 z_6) z_7 z_8 \vee z_9 z_{10}] z_{11} \vee z_{12} z_{13}\} \oplus z_{14},$$

где $z_{14} = \{0, 1\}$.

5.2. Мультиплексорный метод при $k = 0$ строит одновыходной модуль УЛМ6 с 6 +]log 66[= 13 входами.

5.3. Из табл. 7.1 следует, что, используя мультиплексорный метод при $k = 1$, может быть построен одновыходной модуль УЛМ6 с 11 входами.

5.4. Построение такого модуля не выполнялось, так как в [20] показано, что два модуля — УЛМ3 и УЛМ4 (рис. 8.17) с суммарным числом логических выводов 12, реализуют путем суперпозиций произвольную БФ в рассматриваемом базисе из шести букв.

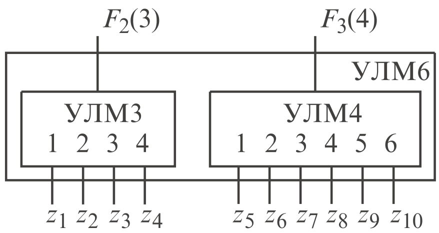

Рис. 8.17

Таким образом, схема на рис. 8.17 более эффективна, чем однокомпонентный модуль УЛМ6, так как при том же числе внешних выводов модули, входящие в эту схему, кроме совместного использования в указанных суперпозициях могут применяться также и независимо. Эта схема обладает наибольшей логической эффективностью среди всех известных логических схем с 12 логическими выводами. Схема описана в [20].

8.3. Модули, универсальные в классе произвольных формул в базисе И, ИЛИ, НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ, НЕ из *q* букв

При построении этих модулей используется *PN*-классификация.

1. $q = 3$.

Выберем в качестве представителей типов следующие формулы:

$$f_1 = x_1 x_2 x_3\,,\ f_2 = x_1 (!x_2 \vee !x_3),\ f_3 = x_1 \vee x_2 x_3\,,$$
$$f_4 = !x_1 \vee !x_2 \vee x_3\,,\ f_5 = x_1 \vee (!x_2 \oplus x_3),$$
$$f_6 = \{x_1 \oplus x_2 x_3 \text{ или } x_1 \oplus (!x_2 \vee !x_3)\},\ f_7 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3\,,$$
$$f_8 = x_1 (x_2 \oplus x_3).$$

1.1. Выберем в качестве порождающей следующую функцию пяти переменных:

$$F = \left|0000\ 0000\ 0001\ 1000\ 1111\ 1111\ 1110\ 0111\right|^T =$$
$$= z_1 \oplus z_2 (z_3 \oplus z_4)(z_3 \oplus z_5).$$

Применим переменные z_4 и z_5 в качестве информационных за счет следующих переобозначений: $z_4 = x_2$, $z_5 = x_3$. При этом

$$F_1 = z_1 \oplus z_2 (z_3 \oplus x_2)(z_3 \oplus x_3).$$

Составим и решим следующие уравнения:

$$f_1 = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_2; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$

$$f_2 = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_6; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$

$$f_3 = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_2, Q_4; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 0; x_1) = !x_1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$

$$f_4 = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_4, Q_6; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$

$$f_5 = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_2, Q_7; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1;$$

$$x_1 \oplus x_2 x_3 = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_2, Q_6; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$

$$x_1 \oplus (!x_2 \oplus !x_3) = F_1,$$
$$\mathrm{MX}(Q_6, Q_2; x_1) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(1, 0; x_1) = !x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(1, 1; x_1) = 1,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0.$$

Используем в функции F в качестве информационной только переменную $z_5 = x_3$:

$$F_2 = z_1 \oplus z_2 (z_3 \oplus z_4)(z_3 \oplus x_3).$$

Составим и решим уравнения:

$$f_7 = F_2,$$
$$\text{MX}(Q_5, Q_6, Q_{13}, Q_{14}; x_1, x_2) = \text{MX}(Q_0, Q_1, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4),$$
$$z_1 = \text{MX}(0, 0, 1, 1; x_1, x_2) = x_1,$$
$$z_2 = \text{MX}(1, 1, 1, 1; x_1, x_2) = 1,$$
$$z_3 = \text{MX}(0, 1, 0, 1; x_1, x_2) = x_2,$$
$$z_4 = \text{MX}(1, 0, 1, 0; x_1, x_2) = !x_2;$$

$$f_8 = F_2,$$
$$\text{MX}(Q_1, Q_2, Q_5, Q_6; x_1, x_2) = \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, \ldots, Q_{15}; z_1, z_2, z_3, z_4),$$
$$z_1 = \text{MX}(0, 0, 0, 0; x_1, x_2) = 0,$$
$$z_2 = \text{MX}(0, 0, 1, 1; x_1, x_2) = x_1,$$
$$z_3 = \text{MX}(0, 1, 0, 1; x_1, x_2) = x_2,$$
$$z_4 = \text{MX}(1, 0, 1, 0; x_1, x_2) = !x_2.$$

Таким образом, в качестве порождающей формулы искомого одновыходного модуля можно применять формулу F_2, в которой одна из переменных является информационной. Этот модуль описан в [21].

1.2. В гл. 7 показано, что модуль с порождающей формулой

$$F = z_1 z_2 z_3 \oplus z_4$$

реализует путем настройки первые четыре типа формул из трех букв. Покажем, что БФ

$$F = (z_0 \oplus z_1) z_2 z_3 \oplus z_4$$

является ПФО искомого модуля, так как он реализует также:

при $z_3 = 1,\ z_4 = 1$ $F = !z_2 \vee (!z_0 \oplus z_1)$;
при $z_0 = 0,\ z_1 = 1$ $F = z_2 z_3 \oplus z_4$;
при $z_2 = 1,\ z_3 = 1$ $F = z_0 \oplus z_1 \oplus z_4$;
при $z_3 = 1,\ z_4 = 0$ $F = (z_0 \oplus z_1) z_2$.

Этот одновыходной модуль с пятью входами описан в [22].

2. $q = 4$.

В разд. 1.3 показано, что при этом значении q существуют 29 *PN*-типов формул.

2.1. Мультиплексорный метод при k = 0 строит одновыходной модуль с 4 +]log 29[= 9 входами.

Такой модуль, построенный на основе модуля УЛМ4 (рис. 8.9), описан в [23].

2.2. Мультиплексорный метод при k = 1 строит одновыходной модуль с восемью входами. Этот модуль описан в [22].

8.4. Модуль, универсальный в классе произвольных булевых функций трех переменных

Запишем представителей всех 16 *PN*-типов функций, существенно зависящих от трех переменных — x_1, x_2, x_3:

$$f_1 = |0000\ 0001|^T = 0\,\&\,!x_1 \vee x_2x_3x_1 = x_1x_2x_3;$$

$$f_2 = |0000\ 0111|^T = 0\,\&\,!x_1 \vee (x_2 \vee x_3)x_1 = x_1(x_2 \vee x_3);$$

$$f_3 = |0111\ 1000|^T = (x_2 \vee x_3)!x_1 \vee !x_2!x_3x_1 = x_1 \oplus (x_2 \vee x_3);$$

$$f_4 = |0000\ 0110|^T = 0\,\&\,!x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)x_1 = x_1(x_2 \oplus x_3);$$

$$f_5 = |1001\ 0110|^T = !(x_2 \oplus x_3)!x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)x_1 = !(x_1 \oplus x_2 \oplus x_3);$$

$$f_6 = |0001\ 0111|^T = x_2x_3!x_1 \vee (x_2 \vee x_3)x_1 = x_1 \# x_2 \# x_3;$$

$$f_7 = |0011\ 0101|^T = x_2!x_1 \vee x_3x_1;$$

$$f_8 = |0001\ 1000|^T = x_2x_3!x_1 \vee !x_2!x_3x_1 = (x_1 \oplus x_2)\,(x_1 \oplus x_3);$$

$$f_9 = |1001\ 1000|^T = !(x_2 \oplus x_3)!x_1 \vee !x_2!x_3x_1 = !x_1x_2x_3 \vee !x_2!x_3;$$

$$f_{10} = |1000\ 0110|^T = !x_2!x_3!x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)x_1;$$

$$f_{11} = |0111\ 1111|^T = (x_2 \vee x_3)!x_1 \vee 1\,\&\,x_1 = x_1 \vee x_2 \vee x_3;$$

$$f_{12} = |0001\ 1111|^T = x_2x_3!x_1 \vee 1\,\&\,x_1 = x_1 \vee x_2x_3;$$

$$f_{13} = |0110\ 1111|^T = (x_2 \oplus x_3)!x_1 \vee 1\,\&\,x_1 = x_1 \vee (x_2 \oplus x_3);$$

$$f_{14} = |1110\ 0111|^T = (!x_2 \vee !x_3)!x_1 \vee (x_2 \vee x_3)x_1 =$$
$$= !x_1!x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2!x_3 = !(x_1 \oplus x_2) \vee !(x_1 \oplus x_3);$$

$$f_{15} = |0111\ 0110|^T = (x_2 \vee x_3)!x_1 \vee (x_2 \oplus x_3)x_1 = !x_1x_2 \vee !x_2x_3 \vee$$
$$\vee x_2!x_3 = (!x_1 \vee x_2)!x_3 \vee !x_2x_3 = !x_1x_2 \vee (x_2 \oplus x_3);$$

$$f_{16} = \left|1001\ 0111\right|^T = !(x_2 \oplus x_3)!x_1 \vee (x_2 \vee x_3)x_1 =$$
$$= !x_1!x_2!x_3 \vee (x_1 \# x_2 \# x_3).$$

Используем мультиплексорный метод при $k = 1$. Заданные БФУ содержат десять типов фрагментов длиной четыре: $G_0 = 0$, $G_1 = x_2x_3$, $G_2 = x_2 \vee x_3$, $G_3 = !x_2!x_3$, $G_4 = x_2 \oplus x_3$, $G_5 = !(x_2 \oplus x_3)$, $G_6 = x_2$, $G_7 = x_3$, $G_8 = 1$, $G_9 = !x_2 \vee !x_3$. При этом может быть построен модуль с 2 +]log 10[= 6 входами, из которых два — информационных, а четыре — информационно-настроечных.

Для построения модуля УМ3 с пятью входами исключим первоначально фрагменты G_6 и G_7, так как они встречаются реже других — только по одному разу в одной функции f_7. Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_0 = 0$, $Q_1 = x_2x_3$, $Q_2 = !x_2 \vee !x_3$, $Q_3 = !(x_2 \oplus x_3)$, $Q_4 = x_2 \vee x_3$, $Q_5 = !x_2!x_3$, $Q_6 = x_2 \oplus x_3$, $Q_7 = 1$.

Функция $F = \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3)$ является порождающей для любой функции из заданного списка, кроме функции f_7. Функция F реализуется схемой, приведенной на рис. 8.18.

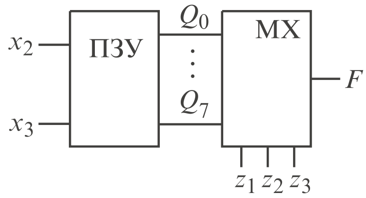

Рис. 8.18

Таблица истинности этого модуля имеет вид:

$$F(z_1, z_2, z_3, x_2, x_3) =$$
$$= \left|0000\ 0001\ 1110\ 1001\ 0111\ 1000\ 0110\ 1111\right|^T.$$

Определим в качестве примера настройку модуля на реализацию функции f_5:

$$f_5 = F;$$
$$\text{MX}(Q_3, Q_6; x_1) =$$
$$= \text{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3);$$
$$z_1 = \text{MX}(0, 1; x_1) = x_1;$$
$$z_2 = \text{MX}(1, 1; x_1) = 1;$$
$$z_3 = \text{MX}(1, 0; x_1) = !x_1.$$

Отметим, что в этом случае выполняется необходимое условие получения безынверсных настроек, которое, однако, не является достаточным.

Покажем, как откорректировать построенную БФУ для построения порождающей функции модуля УМ3. Заменим в функции F переменную x_2 на переменную z_4. При этом получим ПФО вида:

$$F(z_1, z_2, z_3, z_4, x_3) = \mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3, 1, !x_3, !x_3,$$
$$x_3, x_3, 1, !x_3, 0, x_3, !x_3, 1, 1; z_1, z_2, z_3, z_4).$$

Так как столбец значений этой ПФ содержит все четыре типа фрагментов длиной два: $\{0, !x_3, x_3, 1\}$, то по переменной x_n может быть разложена произвольная функция n переменных. При $n = 3$ число таких разложений равно 4^8. При реализации функции f_7 будем искать такое разложение, в котором $z_i = \{0, 1, !x_1, x_1, !x_2, x_2\}$.

Составим уравнение

$$f_7 = F(z_1, z_2, z_3, z_4, x_3);$$
$$\mathrm{MX}(0, 1, x_3, x_3; x_1, x_2) = \mathrm{MX}(0, 0, 0, x_3, 1, !x_3,$$
$$!x_3, x_3, x_3, 1, !x_3, 0, x_3, !x_3, 1, 1; z_1, z_2, z_3, z_4).$$

Одним из решений этого уравнения является следующее:

$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; x_1, x_2) = x_1;$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1, 0, 1; x_1, x_2) = x_2;$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 0; x_1, x_2) = 0;$$
$$z_4 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 0; x_1, x_2) = 0.$$

Таким образом, одновыходная схема с пятью входами, представленная на рис. 8.19, является модулем УМ3.

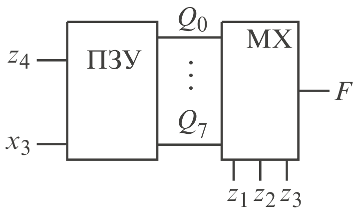

Рис. 8.19

Эта схема имеет один информационный и четыре информационно-настроечных входов. Для всех функций, кроме функции f_7, $z_4 = x_2$, а для функции f_7 справедливо соотношение $z_4 = 0$. Этот модуль описан в [24].

8.5. Модули, настраиваемые на функции триггеров

1. Пусть требуется построить модуль, реализующий путем настройки три триггера:

$$Q_R(R,S,Q)=\left|0111\ 0000\right|^T=!R\,(S\vee Q);$$

$$Q_E(R,S,Q)=\left|0111\ 0001\right|^T=!R\mathbin{\#}S\mathbin{\#}Q;$$

$$Q_S(R,S,Q)=\left|0111\ 0011\right|^T=!R\,Q\vee S.$$

1.1. Применим мультиплексорный метод при k = 1. При этом $G_0=S\vee Q$, $G_1=0$, $G_2=SQ$, $G_3=S$. Полагая $Q_i=G_i$, получим:

$$Q_1(z_1,z_2,S,Q)=\left|0111\ 0000\ 0001\ 0011\right|^T=$$

$$=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3;z_1,z_2)=$$

$$=!z_1!z_2(S\vee Q)\vee S\,(z_1z_2\vee!z_2Q).$$

Определим настройки этого модуля:

$$Q_R=Q_1,$$

$$\mathrm{MX}(Q_0,Q_1;R)=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3;z_1,z_2),$$

$$z_1=\mathrm{MX}(0,0;R)=0,$$

$$z_2=\mathrm{MX}(0,1;R)=R;$$

$$Q_E=Q_1,$$

$$\mathrm{MX}(Q_0,Q_2;R)=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3;z_1,z_2),$$

$$z_1=\mathrm{MX}(0,1;R)=R,$$

$$z_2=\mathrm{MX}(0,0;R)=0;$$

$$Q_S=Q_1,$$

$$\mathrm{MX}(Q_0,Q_3;R)=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3;z_1,z_2),$$

$$z_1=\mathrm{MX}(0,1;R)=R,$$

$$z_2=\mathrm{MX}(0,1;R)=R.$$

1.2. Используем мультиплексорный метод при k = 2. При этом $G_0=Q$, $G_1=1$, $G_2=0$. Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_0=Q$, $Q_1=Q_2=Q_3=1$, $Q_4=0$, $Q_5=Q$, $Q_6=0$, $Q_7=1$. При этом

$$Q_2(z_1,z_2,z_3,Q)=\left|0111\ 0000\ 0001\ 0011\right|^T=$$

$$=\mathrm{MX}(Q_0,Q_1,Q_2,Q_3,Q_4,Q_5,Q_6,Q_7;z_1,z_2,z_3)=$$

$$=(!z_1\vee z_3)(z_2\vee Q)\vee!z_1z_3.$$

Определим настройки этого модуля:

$$Q_R = Q_2,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_2, Q_4, Q_6; R, S) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; R, S) = R,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1, 0, 1; R, S) = S,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 0; R, S) = 0;$$

$$Q_E = Q_2,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_4, Q_5; R, S) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; R, S) = R,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 0, 0, 0; R, S) = 0,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 1, 0, 1; R, S) = S;$$

$$Q_S = Q_2,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_6, Q_7; R, S) =$$
$$= \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7; z_1, z_2, z_3),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; R, S) = R,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 0, 1, 1; R, S) = R,$$
$$z_3 = \mathrm{MX}(0, 1, 0, 1; R, S) = S.$$

Этот модуль описан в [25].

2. Пусть требуется, чтобы модуль кроме перечисленных выше триггеров реализовал бы путем настройки еще один триггер

$$Q_{JK}(R, S, Q) = \left| 0111\ 0010 \right|^T = !RQ \vee S!Q.$$

Несмотря на то что появились дополнительные фрагменты $G_4 = SQ$ (при $k = 1$) и $G_3 = !Q$ (при $k = 2$), вводить их в найденную порождающую формулу модуля не будем, а построим ее в виде:

$$Q_3(z, R, S, Q) = \left| 0111\ 0000\ 0111\ 0011 \right|^T = !R(S \vee Q) \vee Sz.$$

При $z = 0$ — $Q_3 = Q_R$, при $z = Q$ — $Q_3 = Q_E$, при $z = 1$ — $Q_3 = Q_S$, а при $z = !Q$ — $Q_3 = Q_{JK}$. Этот модуль с прямым и инверсным выходами описан в [26].

3. Модуль, реализующий путем настройки функции шести триггеров, описан в [27].

8.6. Модули, настраиваемые на функции генерации

1. Построим модуль, который при отсутствии входных сигналов выдает ноль, при наличии первого входного сигнала генерирует прямоугольные импульсы, а при двух входных сигналах одновременно может функционировать в одном из трех режимов: фиксация состояния, в котором он находился; фиксация единицы; фиксация нуля.

Таким образом, модуль должен настраиваться на реализацию следующих функций:

$$S_1(x_1, x_2, S) = \left|0000\ 1001\right|^T = x_1!(x_2 \oplus S);$$

$$S_2(x_1, x_2, S) = \left|0000\ 1011\right|^T = x_1(x_2 \vee !S);$$

$$S_3(x_1, x_2, S) = \left|0000\ 1000\right|^T = x_1!x_2!S.$$

Применим мультиплексорный метод при $k = 1$. При этом $G_0 = 0$, $G_1 = !(x_2 \oplus S)$, $G_2 = x_2 \vee !S$, $G_3 = !x_2!S$. Назначим функции Q_i следующим образом: $Q_0 = 0, Q_1 = !x_2!S, Q_2 = !(x_2 \oplus S), Q_3 = x_2 \vee !S$. При этом порождающая формула модуля имеет вид:

$$S = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2) =$$
$$= (z_1 \vee z_2)!x_2!S \vee z_1(z_2 \vee S)x_2.$$

Определим настройки этого модуля:

$$S_1 = S,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_2; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0;$$

$$S_2 = S,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_3; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1;$$

$$S_3 = S,$$
$$\mathrm{MX}(Q_0, Q_1; x_1) = \mathrm{MX}(Q_0, Q_1, Q_2, Q_3; z_1, z_2),$$
$$z_1 = \mathrm{MX}(0, 0; x_1) = 0,$$
$$z_2 = \mathrm{MX}(0, 1; x_1) = x_1.$$

Этот модуль описан в [28].

2. Построим модуль, который при отсутствии входных сигналов выдает ноль, при наличии любого одного из двух входных сигналов генерирует прямоугольные импульсы, а при двух сигналах одновременно может функционировать в одном из четырех режимов: фиксация состояния, в котором он находился; фиксация единицы; фиксация нуля; фиксация состояния, инверсного относительно состояния, в котором он находился.

Таким образом, модуль должен настраиваться на реализацию следующих функций:

$$S_1(x_1, x_2, S) = \left|0010\ 1001\right|^T = (x_1 \oplus x_2)!S \vee x_1 x_2 S;$$

$$S_2(x_1, x_2, S) = \left|0010\ 1011\right|^T = (x_1 \vee x_2)!S \vee x_1 x_2 S;$$

$$S_3(x_1, x_2, S) = \left|0010\ 1000\right|^T = !S(x_1 \oplus x_2);$$

$$S_4(x_1, x_2, S) = \left|0010\ 1010\right|^T = (x_1 \vee x_2)!S.$$

Используя метод «наложения», построим ПФО:

$$S = [(z_1 \oplus !z_2 z_3) \vee z_2 !z_3]!S \vee z_1 z_3 S.$$

В этом случае

при $z_1 = x_1$, $z_2 = 0$, $z_3 = x_2$ — $S = S_1$;
при $z_1 = x_1$, $z_2 = x_1$, $z_3 = x_2$ — $S = S_2$;
при $z_1 = 0$, $z_2 = x_1$, $z_3 = x_2$ — $S = S_3$;
при $z_1 = x_1$, $z_2 = x_2$, $z_3 = 0$ — $S = S_4$.

Этот модуль описан в [29].

8.7. Модули с параллельно-последовательной настройкой

Все рассмотренные ранее модули настраивались параллельно. В [30] был предложен модуль с последовательной настройкой, который с помощью входящего в него *nm*-разрядного статического регистра за *nm* тактов настраивает вторую входящую в него компоненту — модуль с параллельной настройкой, содержащий *n* информационных и *nm* настроечных входов.

В [31] в указанный модуль было введено *mn*-разрядных статических регистров, которые позволяют через информационные входы настроить входящий в него модуль с параллельной настройкой за *m* тактов.

В [32] был рассмотрен модуль с последовательной настройкой, который с помощью счетчика не более чем за 2^n тактов настраивает модуль с раздельными n информационными и n настроечными входами.

Применяя этот модуль в качестве прототипа, в [33] было предложено настраиваемое устройство, в котором модуль с раздельными n информационными и m настроечными входами ($n \geqslant m$) за счет введения блока сброса и m-разрядного регистра может быть настроен через информационные входы за два такта.

Многие из рассмотренных в настоящей главе модулей описаны также в [34].

Выводы

1. Предложены модули, универсальные в классе дизъюнктивных нормальных форм из q букв ($q = 4, 5, 6$).
2. Предложены модули, универсальные в классе произвольных формул в базисе И, ИЛИ, НЕ из q букв ($q = 2, 3, 4, 5$).
3. Предложены модули, универсальные в классе произвольных формул в базисе И, ИЛИ, НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ, НЕ из q букв ($q = 3, 4$).
4. Предложен модуль, универсальный в классе произвольных булевых функций трех переменных. Этот модуль имеет то же число внешних выводов, что и известные модули, однако методы их построения в литературе не описаны.
5. Предложены модули, настраиваемые на функции триггеров.
6. Предложены модули, настраиваемые на функции генерации.
7. Предложены модули с параллельно-последовательной настройкой.
8. Большинство из этих модулей построены с помощью предлагаемого мультиплексорного метода — метода объединения фрагментов и защищены 26 авторскими свидетельствами СССР.

Литература

1. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А.с. СССР № 703803 // Бюл. изобр. 1979. № 46.
2. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Логический модуль. А. с. СССР № 1126947 // Бюл. изобр. 1984. № 44.
3. *Артюхов В. Л., Копейкин Г. А., Шалыто А. А., Фишман Л. М.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 577925. Зарегистрировано в Госреестре изобретений СССР 28.06.1977.
4. *Артюхов В. Л., Копейкин Г. А., Шалыто А. А.* Многофункциональный модуль. А. с. СССР № 643866 // Бюл. изобр. 1979. № 3.
5. *Артюхов В. Л., Копейкин Г. А., Шалыто А. А.* Настраиваемые модули для управляющих логических устройств. Л.: Энергоиздат, 1981.
6. *Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 798802 // Бюл. изобр. 1981. № 3.
7. *Rivest R. L.* The necessity of feedback in minimal monotone combinational circuits // IEEE Trans. on Computers. 1977. N 6.

8. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1077052 // Бюл. изобр. 1984. № 8.

9. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1151949 // Бюл. изобр. 1985. № 15.

10. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Логический многофункциональный модуль. А. с. СССР № 739525 // Бюл. изобр. 1980. № 21.

11. *Артюхов В. Л., Копейкин Г. А., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 758141 // Бюл. изобр. 1980. № 31.

12. *Мищенко В. А., Аспидов А. И., Гурьянов А. И.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 913365 // Бюл. изобр. 1982. № 10.

13. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Судовые управляющие логические системы. Л.: ИПК СП, 1984.

14. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 807271 // Бюл. изобр. 1981. № 7.

15. *Попов Ю. А., Воронин А. Т., Сладков А. Б.* Вопросы проектирования схем с высоким уровнем интеграции на основе КНС-технологии // Дискретные системы. Т.1. Симпозиум IFAC. Рига: Зинатне, 1974.

16. *Артюхов В. Л., Копейкин Г. А., Шалыто А. А., Фишман Л. М.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 746500 // Бюл. изобр. 1980. № 25.

17. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1084783 // Бюл. изобр. 1984. № 3.

18. *Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1264161 // Бюл. изобр. 1986. № 38.

19. *Артюхов В. Л., Ушкарева К. М., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 744550 // Бюл. изобр. 1980. № 24.

20. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1096637 // Бюл. изобр. 1984. № 21.

21. *Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1290290 // Бюл. изобр. 1987. № 6.

22. *Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1322253 // Бюл. изобр. 1987. № 25.

23. *Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 1273914 // Бюл. изобр. 1986. № 44.

24. *Артюхов В. Л., Фишман Л. М., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 760451 // Бюл. изобр. 1980. № 32.

25. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 838699 // Бюл. изобр. 1981. № 22.

26. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Настраиваемый модуль. А. с. СССР № 826338 // Бюл. изобр. 1981. № 16.

27. *Викентьев Л. Ф., Аляев Ю. А., Шалыто А. А.* и др. Настраиваемый функциональный модуль. А. с. СССР № 1361538 // Бюл. изобр. 1987. № 47.

28. *Артюхов В. Л., Бутенко Т. А., Шалыто А. А.* Генератор импульсов. А. с. СССР № 851750 // Бюл. изобр. 1981. № 28.

29. *Артюхов В. Л., Киселев В. В., Шалыто А. А.* Настраиваемое устройство. А. с. СССР № 834696 // Бюл. изобр. 1981. № 20.

30. *Якубайтис Э. А.* Структура и эффективность многофункционального элемента // Автоматика и вычисл. техника. 1972. № 5.

31. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Многофункциональный логический модуль. А. с. СССР № 838700 // Бюл. изобр. 1981. № 22.

32. *Якубайтис Э. А.* Универсальные логические элементы // Автоматика и вычисл. техника. 1973. № 5.

33. *Артюхов В. Л., Шалыто А. А.* Настраиваемое устройство. А. с. СССР № 890388 // Бюл. изобр. 1981. № 46.

34. *Артюхов В. Л., Копейкин Г. А., Шалыто А. А.* Судовые управляющие логические системы. Л.: ИПК СП, 1982.